

小数の乗法の演算決定に関する状態を捉える観点 - 複数の課題状況下における反応に着目して -

A Perspective to Grasp the State for Solving Word Problems with Multiplication of Decimal Fraction
-Focus on responses in the some task situations-

岸本忠之 (Tadayuki KISHIMOTO)

筑波大学大学院教育学研究科

(Graduate School of Education, University of Tsukuba)

本稿の目的は、小数の乗法の文章題における演算決定に関する学習状態をより詳細に捉えるために、複数の課題状況下における反応を分析することが有効であることを示すことである。2つの課題状況下における反応を分析したところ、以下のような児童が観察された。(1)ある児童は小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できないけれども、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握できている。(2)ある児童は、小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できるけれども、必ずしも演算決定の根拠を十分理解していない。

The purpose of this paper is to show available to analyze the students' responses in the some task situations, to more grasp the state for solving word problems with multiplication of decimal fraction. By analyzing the responses in the some task situations, the following students were found; (1)Although one student wouldn't have a correct operation for solving word problems of multiplication, he could grasp a concrete case and the relation between quantities. (2)Although another student would have a correct operation for solving word problems of multiplication, he couldn't understand a reason to have a correct operation.

キーワード：小数の乗法，演算決定，文章題，課題状況

1. はじめに

現在我が国の小学校第5学年において「小数の乗法」が指導されている。小数の乗法に関する主な指導内容は、乗法を整数の範囲から小数の範囲へ拡張することである。

先行研究において、乗法を整数の範囲から小数の範囲へ拡張することは、児童にとって困難であると指摘されている(片桐重男, 1975; 文部省, 1984; 中島健三, 1968, 1980; Greer, 1994)。特に児童は、小数の乗法に関して筆算のような機械的計算はよくできるが、小数の乗法の意味を理解したり、文章題から数量関係を取り出し演算決定¹⁾することが困難であると指摘されている。欧米の文献においても同様に、小数の乗法の困難性が指摘されている(Greer, 1992, 1994)。

児童は、小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるようになる必要がある。なぜな

ら演算決定は、人間が問題に直面したときその解決のために自分の行動を自ら決定する行為である。教育の目標が主体的な人間の育成に向けられたとき、演算決定する力を育成する必要があるからである。

児童が小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるように、教師は個々の児童の学習状態に即して指導していく必要がある。しかしながら小数の乗法の演算決定に関する学習状態は様々である。例えば、児童が小数の乗法の文章題において正しく演算決定できている場合もあれば、小数の乗法の意味に基づいている場合もある。あるいは児童が小数の乗法の文章題において正しく演算決定できなくとも、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握できている場合もあれば、そうでない場合もある。

教師は児童に対して指導するとき、児童が単

に小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるかどうかだけでなく、小数の乗法の演算決定に関する学習状態をより詳細に捉える必要がある。もしも教師が小数の乗法の演算決定に関する学習状態をより詳細に捉えることができれば、指導が学習状態に対してより適切になり、指導効果をあげることができる。

児童の学習状態をより詳細に捉える1つの方法は、児童に対して複数の課題を提示し、そこでの反応を分析することである²⁾。教師は、複数の課題状況を提示して、児童がどのような課題状況において解決できたりできなかったりするのかを判定し、小数の乗法の演算決定に関する学習状態を多面的に分析する。

本稿では、2つの課題状況を設定する。一方は、小数の乗法の文章題において単に演算決定だけを求める課題状況である。この課題状況を「演算決定課題」と呼ぶ。この課題状況は、小数の乗除法の演算決定に関する先行研究(Bell *et al.*,1984,1989; Fischbein *et al.*,1985)において用いられているものである。児童が小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるかどうかは、この課題状況下で判定される。他方は、小数の乗法の文章題において結果まで求める課題状況である。この課題状況を「求答課題」と呼ぶ。演算決定課題は求答課題の一部を取り出したものである。なぜなら演算決定は求答課題においても必要とされるからである。

求答課題に対する反応は、小数の乗法の演算決定に関する学習状態を捉える上でも手がかりにできる。例えば、求答課題に対する反応(式、表、図など)から、児童が文章題の具体的場面や数量間の関係(比例関係も含む)をどのように把握しているのかを推測できるからである。小数の乗法の文章題における具体的場面や数量間の関係を把握することは、演算決定するときでも必要であるが、演算決定課題だけでは十分推測できない。

本稿の目的は、小数の乗法の文章題における演算決定に関する学習状態をより詳細に捉えるために、複数の課題状況下における反応を分析することが有効であることを示すこととする。

上記の目的を達成するため以下の手順によって進める。2章で、小数の乗法の演算決定に関する学習状態を設定する。3章で、小数の乗法の演算決定に関する学習状態を判定する調査課題を示す。4章で、小数の乗法の演算決定に関する学習状態の分析事例を示し、単に演算決定課題だけの場合と比べて、学習状態をより詳細に捉えることができる可能性を示す。

2. 小数の乗法の演算決定に関する学習状態

2.1 小数の乗法の演算決定

文章題において結果を求める手続きには、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握したり、何らかの根拠に基づいて式を立てたり、計算したり、その結果を吟味したりすることが含まれる。小数の乗法の文章題において、結果を求めるときの式の立て方には、大きく分けて2つの場合がある。

2.1.1 整数の乗除法だけを用いる場合

小数の乗法における文章題の結果は、必ずしも「 \times (小数)」と演算決定しなくとも求められる。小数の乗法における文章題の結果は、整数の乗除法だけを用いて、具体的場面を参照しながら求められる。このことを「1mの長さの値段が180円のリボンがあります。3.4mではいくらですか。」という文章題を例にして説明する。

0.1m分の値段は $180 \div 10 = 18$ で18円である。

3.4mは 0.1×34 で0.1mの34倍である。

3.4m分の値段は 18×34 で求められる。

18×34 は612である。

児童は、小数の乗法を学習していなくとも、求答課題において結果だけは求めることができる。

2.1.2 「 \times (小数)」と演算決定する場合

小数の乗法の文章題から、以下に示すような何らかの根拠に基づいて 180×3.4 と演算決定する。その上で「乗数がn倍になれば、結果もn倍になる」という計算のきまりに基づいて、結果は $180 \times (3.4 \times 10) \div 10 = (180 \times 34) \div 10 = 6120 \div 10 = 612$ となる。

小数の乗法の文章題において、「 \times (小数)」と演算決定するときの根拠には、以下のようなものがある。

- (1) 小数の乗法の意味に基づいて考える。
- (2) 数量を整数に置き換えて考える。
- (3) 文章題から言葉の式をあらかじめ作りそれに数量をあてはめる。
- (4) 文章題の文中の何倍などの表現に着目する。

児童は、必ずしも「小数の乗法の意味」を理解していなくても、「(2)数量を整数に置き換えて考える」のような方法を用いれば、小数の乗法の文章題において演算決定できる。例えば、以下のものである。

3.4m を 3m に置き換えれば、文章題は「1m の長さの値段が 180 円のリボンがあります。3m ではいくらになりますか。」となる。この文章題の式は、 180×3 となる。

この式を再度もとの文章題に戻し、3m を 3.4m に置き換えれば、式は 180×3.4 となる。

児童が小数の乗法の文章題においてより確実に演算決定できるためには、「(1)小数の乗法の意味に基づいて考える」必要がある。小数の乗法の意味とは、「基準にする大きさを B としたとき、この B に対する割合が p であるような A を求める操作が $B \times p$ であるとまとめられたもの」である。

2.2 小数の乗法の演算決定に関する学習状態

小数の乗法の演算決定に関する学習状態は、演算決定課題と求答課題に対する児童の反応に対応させると以下ようになる。まず小数の乗法の演算決定に関する学習状態は、演算決定課題に関して「できる状態」と「できない状態」に分けられる。さらにそれら 2 つの学習状態は、求答課題に関して「できる状態」と「できない状態」に分けられる。それらの状態を組み合わせると、表-1 のように(1)、(2)、(3)、(4)の 4 つの状態ができる。

表-1 小数の乗法の演算決定に関する学習状態

		求答課題	
		できない	できる
演算決定課題	できない	状態(1)	状態(2)
	できる	状態(3)	状態(4)

・状態(1)

状態(1)の児童は、演算決定課題ができず、かつ求答課題もできない。この状態の児童は、演算決定課題も求答課題もできないことから、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握できていない。

・状態(2)

状態(2)の児童は、演算決定課題はできないが、求答課題はできる。この状態にある多くの児童は、求答課題に対して整数の乗除法だけを用いて結果を求めるので³⁾、文章題の具体的場面や数量間の関係は把握できている。

なお児童は小数の乗法を学習していなくても、求答課題において整数の乗除法だけを用いて結果を求めることはできる。従って小数の乗法の学習前の児童は、状態(1)か状態(2)にある。

・状態(3)

状態(3)の児童は、演算決定課題はできるが、求答課題はできない。この児童は、課題状況が変化すると、「 \times (小数)」のように正しく演算決定できないことから⁴⁾、小数の乗法の演算決定の根拠を十分理解していない。この児童は、演算決定課題において正しく演算決定できることから、文章題の具体的場面や数量間の関係は把握できている。

・状態(4)

状態(4)の児童は、演算決定課題ができ、かつ求答課題もできる。児童は、課題状況が変化しても正しく演算決定できるので、小数の乗法の演算決定の根拠を十分理解している。

状態(1)...児童は、演算決定課題ができず、かつ求答課題もできない。

状態(2)...児童は、演算決定課題はできないが、求答課題はできる。

状態(3)...児童は、演算決定課題はできるが、求答課題はできない。

状態(4)...児童は、演算決定課題ができ、かつ求答課題もできる。

3. 学習状態を判定する調査課題

ここでは、小数の乗法の演算決定に関する学習状態を判定する調査課題を示す。「演算決定課題」と「求答課題」は、乗数の数値に着目して、「乗数が帯小数である課題」と「乗数が純小数である課題」とで構成した。

3.1 演算決定課題

以下は「演算決定課題」である。この調査課題は、現行の教科書を参考に作成した。なお課題文中の括弧内は正答を示す。

次の問題について式だけを求めなさい。答えを出す必要はありません。

- (1) 1kg が 580 円のあずきを買います。あずき 2.4kg の代金はいくらですか。 (580×2.4)
- (2) あるお店で1か月間に、 1 リットルの重さが 1.2kg のソースを 7.6 リットル使いました。1か月間に使ったソースの重さは何 kg ですか。 (1.2×7.6)
- (3) 1 リットルで 600 円の食用油があります。この食用油 0.3 リットルの代金は何円ですか。 (600×0.3)
- (4) 1m の重さが 1.2kg の鉄のぼうがあります。 0.8m では何 kg ですか。 (1.2×0.8)

調査課題は、演算決定が容易にならないよう、小数の乗法（4問）の他にも、整数の加減乗除法（計8問）が含まれ、無作為に配列されている。

本稿において、小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるとみなす基準は、以下のようにして定めた。すなわち正答数に基づいて上位群と下位群に分け、上位群の児童を小数の乗法の文章題において正しく演算決定できる児童とした。中間値は4問中2問正答であるので、上位群は4問中3問以上正答の児童、下位群は4問中2問以下正答の児童である。なお上位群の児童は、乗数が純小数である課題に対して少なくとも1問正答している。

3.2 求答課題

以下は求答課題である。「求答課題」は、記述式テストであることと時間的制約から、「乗数が帯小数である課題」と「乗数が純小数である課題」それぞれ1問ずつとした。

次の2つの問題について答えを求めなさい。

- (1) 1m のねだんが 180 円のリボンを 2.5m 買いました。代金は何円ですか。 (180×2.5)
- (2) 1 リットルの重さが 3kg の食塩があります。この食塩 0.2 リットルの重さは何 kg ですか。 (3×0.2)

本稿において、小数の乗法の文章題において求答できるとみなす基準は、以下のようにして定めた。すなわち正答数に基づいて上位群と下位群に分け、上位群の児童を小数の乗法の文章題において正しく求答できる児童とした。上位群は2問中2問とも正答した児童、下位群はそれ以外の児童である。2問中2問とも正答した児童を上位群とした理由は、2問中2問とも正答した児童は、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握していると推測され、小数の乗法の演算決定に関する学習状態を捉える上でも着目する価値があると判断されるからである。

4. 小数の乗法の演算決定に関する学習状態の事例

ここでは、小数の乗法の演算決定に関する学習状態が、単に演算決定課題だけの場合と比べて、より詳細に捉えることができる可能性を示す。

取り上げる事例は、1998年3月に横浜市内公立小学校4年1学級26人に対して行った調査から得られたものである。なお対象児童は小数の乗法が未習である。調査した学習状態の分布は表-2のようである。数値はパーセント、括弧内は人数である。

表-2 学習状態の分布

		求答課題	
		できない	できる
演算決定課題	できない	状態(1) 34.6%(9)	状態(2) 19.2%(5)
	できる	状態(3) 7.7%(2)	状態(4) 38.5%(10)

4.1 小数の乗法の演算決定ができなかった児童

ここで取り上げる児童は、どちらも演算決定

小数の乗法の演算決定に関する状態を捉える観点

課題において正しく演算決定できないと判定された児童である。

4.1.1 状態(1)の児童

ここで取り上げる児童は、状態(1)であると判定された児童 Su である。

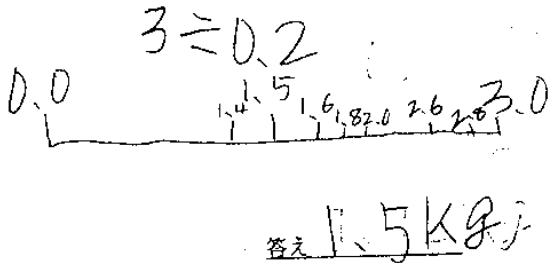
児童 Su は、演算決定課題に関して4問中2問正答であった。

課題	反応
(1)580×2.4	正答
(2)1.2×7.6	1.2÷7.6
(3)600×0.3	600÷0.3
(4)1.2×0.8	正答

児童 Su は、求答課題に関して以下のように示した。

(1)180×2.5

(2)3×0.2



(1)に対して、児童 Su は「180×2.5」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。一方(2)に対して、児童 Su は「3÷0.2(除法)」と誤った演算決定をしている。児童 Su は、3kgを0.2ずつ等分した図を示している。図には食塩の重さ(kg)が示されているが、体積(リットル)は示されていない。児童 Su は、課題を「3kgを0.2kgずつ等分する」課題と解釈している。児童 Su は、食塩の重さ(kg)と体積(リットル)の間の関係を十分把握していない。

児童 Su は、演算決定課題に関して2問しか正答せず、また求答課題に関しても1問しか正

答していないことから、文章題の具体的な場面や数量間の関係を把握していない。

4.1.2 状態(2)の児童

ここで取り上げる児童は、状態(2)であると判定された児童 Si である。

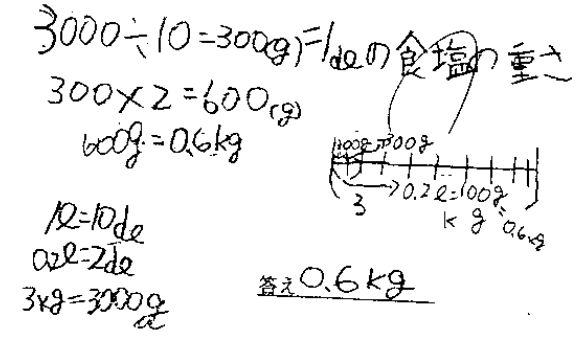
児童 Si は、演算決定課題に関して4問中1問正答であった。

課題	反応
(1)580×2.4	正答
(2)1.2×7.6	1.2÷7.6
(3)600×0.3	600÷0.3
(4)1.2×0.8	1.2-0.8

児童 Si は、求答課題に関して以下のように示した。

(1)180×2.5

(2)3×0.2



(1)に対して、児童 Si は「180×2.5」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。一方(2)に対して、児童 Si は以下のように求めている。

1リットルは10デシリットル、3kgは3000gであることから、1デシリットルの重さは3000÷10=300gである。

2デシリットルの重さは300×2=600gである。

600gは0.6kgである。

児童 Si は、単位をリットルからデシリットルへ、キログラムからグラムへ換算し、デシリットルとグラムの関係で結果を求め、その結果を

キログラムに換算している。

児童 Si は、複雑な単位換算をして結果を求めていることから、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握している。児童 Si は、演算決定に関して1問しか正答していないけれども、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握できている。

状態(1)の児童 Su と状態(2)の児童 Si は、ともに小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できないと判定される。しかしながら状態(2)の児童 Si は、状態(1)の児童 Su と比較して、求答課題において結果を正しく求めることができていることから、小数の乗法の文章題の具体的場面や数量間の関係は把握できている。

4.2 小数の乗法の演算決定ができた児童

ここで取り上げる児童は、どちらも演算決定課題において正しく演算決定できると判定された児童である。

4.2.1 状態(3)の児童

ここで取り上げる児童は、状態(3)であると判定された児童 Ta である。

児童 Ta は、演算決定課題に関して4問中4問正答であった。

児童 Ta は、求答課題に関して以下のように示した。

(1) 180×2.5

$180 \times 2.5 = 4500$

答え 4500円

(2) 3×0.2

$3 \div 0.2 = 1.5$

答え 1.5kg

(1)に対して、児童 Ta は「 180×2.5 」と演算決定しているが、結果は4500としている。一方(2)に対して、児童 Ta は「 $3 \div 0.2 = 1.5$ (除法)」と誤った演算決定をしている。求答課題への反応から児童 Su は、小数の乗法の演算決定の根拠を十分理解していない。

児童 Ta は、演算決定課題に関して4問正答しているけれども、求答課題に関して正しく演算決定できない。児童 Su は、他の課題状況になると正しく演算決定できないことから、必ずしも小数の乗法の演算決定の根拠を十分理解しているわけではない。

4.2.2 状態(4)の児童

ここで取り上げる児童は、状態(4)であると判定された児童 To である。

児童 To は、演算決定課題に関して4問中4問正答であった。

児童 To は、求答課題に関して以下のように示した。

(1) 180×2.5

$180 \times 2.5 = 450$

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 2.5 \\ \hline 900 \\ 360 \\ \hline 450.0 \end{array}$$

(2) 3×0.2

$3 \times 0.2 = 0.6$

$3 \div 10 = 0.3$
 $0.3 \times 2 = 0.6$

3kg

答え: 0.6kg

(1)に対して、児童 To は「 $180 \times 2.5 = 450$ 」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。一方(2)に対して、児童 To は「 $3 \times 0.2 = 0.6$ 」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。さらに児童 To が示した図には、「1リットルあたり3kg」、「1デシリットルあたり0.3kg」、「求める重さが0.6kg」、などと示されている。

児童 To は、演算決定課題に関して4問正答し、求答課題に関しても文章題の具体的場面や数量間の関係を把握して演算決定している。

状態(3)の児童 Ta と状態(4)の児童 To は、ともに小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できると判定される。しかしながら状態(3)の児童 Ta は、求答課題において、誤った演算決定をしている。状態(3)の児童 Ta は、状態(4)の児童 To と比較して、小数の乗法に関する演

算決定の根拠を十分理解していない。

5. おわりに

本稿の目的は、小数の乗法の文章題における演算決定に関する学習状態をより詳細に捉えるために、複数の課題状況下における反応を分析することが有効であることを示すことであった。

本稿では、児童に対して2つの課題状況を提示した。一方は、単に演算決定だけを求める課題状況である。他方は、小数の乗法の文章題において結果まで求める課題状況である。各課題状況下における反応を分析したところ、以下のような児童が観察された。

(1)ある児童は小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できないけれども、小数の乗法の文章題の具体的場面や数量間の関係を把握できている。

(2)ある児童は、小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できるけれども、必ずしも小数の乗法の演算決定の根拠を十分理解していない。

これらから、2つの課題状況における反応を分析することによって、単に演算決定課題だけの場合と比べて、より詳細に捉えることができる可能性を示したと考えられる。

今後の課題として、小数の乗法の演算決定に関する各学習状態の児童に対する指導上の手立てを開発し、指導上の手立てが実際に有効であるのかについても明らかにする必要がある。

註

1)「演算決定」と関係する言葉に「立式」がある。本稿において「演算決定」と「立式」は以下のように区別している。文章題において結果を求める式を立てることを「立式」と呼ぶ。例えば立式には、複数の式を立てたり、1つの式でも2つ以上の演算を行う式を立てること(例えば、 $180 \times 34 \div 10$)が含まれる。立式の中でも、特に結果を求める演算として加減乗除のうちどれかを選択するような場合(180×3.4)を「演算決定」と呼ぶ。

2)演算決定課題と求答課題は、ある意味で相補的な関係にある。

求答課題において結果を求める手続きは、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握し、何らかの根拠に基づいて式を立て、計算し、その結果を吟味することが含まれる。この手続きは、複雑であり多くの時間を必要とし、児童への負担が多い。児童に対して多数の求答課題を提示できない。しかし課題数が制限されるので、求答課題だけで小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるかどうかを判定することはできない。

一方演算決定課題は演算決定だけを求めるので、単純であり多くの時間を必要とせず、児童への負担が少ない。しかし反応は、演算決定された式だけなので、学習状態を詳細には捉えにくい。

3)この状態の児童は、演算決定課題において正しく演算決定できていない。従って求答課題において「 \times (小数)」と演算決定して結果を求める児童は、理論的には少ないと考えられる。

4)求答課題において「 \times 小数」と正しく演算決定できていても、計算手続きに誤りがある場合は、状態(3)になる。今回の調査ではそのような児童は観察されなかった。

参考・引用文献

Bell, A., Fischbein, E., and Greer, B. (1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context, Educational Studies in Mathematics **15**, 129-147.

Bell, A., Greer, B., Grimison, L., and Mangan, C. (1989). Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory, Journal for Research in Mathematics Education **20**(5), 434-449.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., and

- Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division, Journal for Research in Mathematics Education **16(1)**, 3-17.
- Graeber, A. O. and Tanenhaus, E. (1992). Multiplication and division: whole numbers to rational numbers. In D. T. Owens (Ed.), Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics, 99-117, Macmillan.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situation. In D. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching Learning, 276-295, Macmillan.
- Greer, B. (1994). Extending the meaning of multiplication and division. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning Mathematics, (pp.61-85), State University of New York Press.
- 片桐重男 (1975). 小数の乗除の意味の指導について. 横浜国立大学教育研究紀要 **15**, 74-93.
- 片桐重男 (1995). 数学的な考え方を育てる「乗法・除法」の指導, 明治図書.
- 文部省 (1984). 教育課程実施状況に関する総合的調査研究調査報告書 小学校 算数.
- 文部省 (1986). 小学校算数指導資料 数と計算の指導, 大日本図書.
- 文部省 (1989). 小学校指導書 算数編, 東洋館.
- 中島健三 (1968). 乗法の意味について, 日本数学教育会誌 **50(2)**, 2-6.
- 中島健三 (1980). 算数・数学教育と数学的な考え方 - その進展のための考察 <第2版>, 金子書房.