

小数の乗法の文章題における児童の演算決定能力 に関する発達の特徴

Some Features about the Students' Development of Solving the Multiplicative Word Problems with Decimal Fractions

岸本忠之 (Tadayuki KISHIMOTO)

筑波大学大学院教育学研究科

(Graduate School of Education, University of Tsukuba)

本稿の目的は、小数の乗法の文章題における児童の演算決定能力の発達に関する特徴を明らかにすることである。小学校第4, 5, 6学年の児童314人に対して実態調査を行った。その結果、以下のようなことが明らかになった。第5学年において小数の乗法の指導によって、 \times (帯小数)である問題の正答率は上がるが、 \times (純小数)である問題の正答率は変わらない。第6学年において \times (純小数)である問題の正答率は高くなる。このことは、児童は、 \times (帯小数)である乗法に対して既存の認知構造の修正だけで対応できるが、 \times (純小数)である問題に対して既存の認知構造の修正だけで対応できず認知構造を再構成する必要があるためと言える。

The purpose of this paper is to show the some features about the students' development of solving the multiplicative word problems with decimal fractions. The test was done for 314 students (grade 4, grade 5, and grade 6) in elementary schools. As a result, the rate of success for the problem which involved \times (mixed decimal) is increased by an instructional effect about the multiplication with decimal fractions in the grade 5. The rate of success for the problem which involved \times (pure decimal) isn't varied in the grade 5 but increased in the grade 6. This seems that students only accommodate the cognitive structure to answer the problem which involved \times (mixed decimal) but must assimilate the cognitive structure to answer the problem which involved \times (pure decimal).

キーワード：小数の乗法，文章題，文章題，認知構造

1. はじめに

現在我が国の小学校第5学年において小数の乗法が指導されている。小数の乗法に関する主な指導内容は、児童が乗法を整数の範囲から小数の範囲へ拡張することである。

これまでの先行研究において、小数の乗法は児童にとって困難であると言われている(片桐重男,1975; 中島健三,1968)。欧米の文献においても、小数の乗法の困難性が言われている(Greer,1992,1994)。特に児童は、小数の乗法に関して筆算のような機械的な計算はよくできるが、「 \times (小数)」と表す意義を理解したり、文章題において演算決定したり、小数の乗法の意味を理解することが困難である。

児童は、小数の乗法に関して様々な局面で困難を持つが、本稿では「小数の乗法の文章題における演算決定」に焦点を当てることとする。なぜなら電卓やコンピュータが普及したことで

人々が実際に計算することはなくなくなり、どのような計算を電卓やコンピュータにさせたらよいかという演算決定能力が重要となってきたからである。また演算決定は、問題に直面したときその解決のために自ら行動を決定する行為の1つであり、演算決定能力を育成することは、主体的に行動できる人間の育成にもつながるからである。

児童は、第5学年における小数の乗法に関する指導を受けただけで、小数の乗法の文章題において演算決定できるようになるとは言えない。なぜなら児童が小数の乗法の文章題において演算決定できるようになるためには、小数の乗法自体に対する理解や比例のような他の能力も必要とするからである。実際、児童が小数の乗法の文章題において演算決定できることが表面的に観察されても、その根拠は異なることがある。例えば演算決定の根拠として、(1)文章題中にお

ける数値を整数に置き換えて言葉の式を作りその式に数値を代入する場合と(2)小数の乗法の意味(基準のする大きさを B としたとき、この B に対する割合が p であるような A を求めること)に基づく場合がある。

上記のことから我々は小数の乗法の指導を計画するにあたって、小数の乗法の文章題における演算決定能力の発達に関する特徴を明らかにしておく必要がある。本稿の目的は、小数の乗法の文章題における児童の演算決定能力の発達に関する特徴を明らかにすることとする。研究方法は、小学校第4,5,6学年の児童に対して行う小数の乗法の文章題に関する質問紙調査である。

小数の乗法の文章題における児童の演算決定能力の発達に関する特徴を捉える観点として、文章題中の乗数の数値に着目する。それは以下の理由による。小数の乗法の文章題における演算決定に関して様々な研究が行われてきた(Bell, Fischbein, and Greer,1984; Bell, Greer, Grimison, and Mangan,1989; Bell, Swan, and Taylor,1981; Fischbein, Deri, Nello, and Marino,1985; Graeber, and Tirosh,1990)。それらの先行研究よると、小数の乗法の文章題における演算決定に影響を及ぼす要因として、被乗数や乗数の数値、構造、文脈、年齢、文章題の表現などが示されている。特に Bell, Greer, Grimison, and Mangan(1989)は、年齢(10才, 12才, 14才, 17-19才, 21才, 現職の教師の6グループ)、被乗数や乗数の数値(整数, 帯小数, 純小数)、文脈(値段, 速さ, 単位換算)の3つの要因に着目し、それぞれの要因が文章題における演算決定にどのように影響を及ぼすのかを明らかにしている。彼らは、3つの要因の中で乗数の数値による要因が一番影響を及ぼすと言う。

2. 方法

2.1 被験者

被験者は、茨城県内の3つの公立小学校の第4,5,6学年の児童である。人数は、第4学年は89人、第5学年は102人、第6学年は123人の合計314人である。調査時期は、1999年

11月下旬である。第4,5,6学年の児童に対して小数の乗法の文章題に関する調査を行う理由は以下のものである。第4学年の児童に対する調査意図は、小数の乗法が指導される前、児童は小数の乗法の文章題においてどの程度演算決定できるのかを明らかにすることである。第5学年の児童に対する調査意図は、小数の乗法が指導された後、児童は小数の乗法の文章題においてどの程度演算決定できるのかを明らかにすることである。第6学年の児童に対する調査意図は、小数の除法、割合、比例など小数の乗法に関係する指導によって、小数の乗法の文章題における演算決定がどのように変化するのかを明らかにすることである。

2.2 調査問題

図-1は、調査に用いられた問題である。問題文中の各問題にある()は正答を示す。調査問題は、岸本忠之(1999)の調査で用いられた問題を用いた。

次の問題について式だけを書きなさい。

- (1)1kg が 580 円のあずきを買います。あずき 2.4kg の代金はいくらですか。(580 × 2.4)
 - (2)あるお店で1か月間に、1リットルの重さが 1.2kg のソースを 7.6 リットル使いました。1か月間に使ったソースの重さは何 kg ですか。(1.2 × 7.6)
 - (3)1 リットルで 600 円の食用油があります。この食用油 0.3 リットルの代金は何円ですか。(600 × 0.3)
 - (4)1m の重さが 1.2kg の鉄のぼうがあります。0.8m では何 kg ですか。(1.2 × 0.8)
-

図-1 調査で用いられた問題

実際の調査問題は、演算決定が容易にならないよう整数の減法1問、小数の加法1問、整数の除法2問を加えて合計8問で構成されている。出題形式は各問題ごとに「

」という形式が与えられ、四角の中に適切な数値と演算を入れるようになっている。

3. 分析

3.1 各学年の正答率

表-1 は、各学年の平均得点を示したものである。問題は4問で構成されているので、0点から4点の範囲にある。平均得点は、第4学年で0.84点、第5学年で2.39点、第6学年で3.38点である。学年が進むにつれて、平均得点も高くなっている。

表-1 各学年の平均得点

	4年	5年	6年
小数の乗法	0.84	2.39	3.38

表-2 は、正答数ごとにまとめた人数分布を示したものである。表中の()内は実際の人数をさす。第4学年において、小数の乗法が指導されていないため、0問正答である児童が一番多く、41.6%である。第5学年において、2問正答である児童が一番多く、40.6%である。第6学年において、4問正答である児童が一番多く、57.7%である。学年が進むにつれて正答(演算決定)できる児童の割合が増えている。

表-2 正答数ごとの人数分布

	0問正答	1問正答	2問正答	3問正答	4問正答
4年(n=89)	41.6%(37)	37.1%(33)	16.9%(15)	4.5%(4)	0%(0)
5年(n=101)	3.0%(3)	17.8%(18)	40.6%(41)	14.9%(15)	23.8%(24)
6年(n=123)	2.4%(3)	4.1%(5)	10.6%(13)	25.2%(31)	57.7%(71)

3.2 各問題における正答率

表-3 は、各問題における正答率を示している。第4学年において、 \times (帯小数)¹⁾である2つの問題(580×2.4 と 1.2×7.6)の正答率は30.3%である。一方 \times (純小数)である2つの問題(600×0.3 と 1.2×0.8)の正答率はおおよそ12%である。第5学年において \times (帯小数)である2つの問題の正答率はおおよそ70%である。一方 \times (純小数)である2つの問題の正答率はおおよそ47%である。第6学年において \times (帯小数)である問題と \times (純小数)である問題の正答率には顕著な違いはみ

られず、おおよそ82%である。

表-3 各問題における正答率

	580×2.4	1.2×7.6	600×0.3	1.2×0.8
4年	30.3%	30.3%	13.5%	11.2%
5年	76.2%	69.3%	49.5%	43.6%
6年	91.9%	81.3%	81.3%	83.7%

3.3 各問題に対する反応

表-4～表-6 は、各学年において各問題に対する反応を分析したものである。なお表中の()内は実際の人数をさす。正答は「乗法」と答えたものである。分析にあたり乗数と被乗数の順序は区別していない。表の項目にある「その他」は、1つの式だけでなく、空欄を使って複数の式を書いているものである。「 1.2×7.6 」の問題において、減法を選んだ児童の反応は「 $7.6 - 1.2$ 」である²⁾。

表-4 は、第4学年における各問題に対する反応を示したものである。反応の多い順は、 \times (帯小数)と \times (純小数)の問題で異なる。 \times (帯小数)である問題の場合、反応の多い順は、無答、正答、除法である。 \times (純小数)である問題の場合、

反応の多い順は、無答、除法、正答である。無答を選ぶ児童が第5,6学年に比べて多い。加法、

減法、その他を選ぶ児童も第5,6学年に比べて多く、反応は多岐にわたる。

表-4 各問題に対する反応(4年)

	580×2.4	1.2×7.6	600×0.3	1.2×0.8
正答	30.3%(27)	30.3%(27)	13.5%(12)	11.2%(10)
\div を選択	9.0%(8)	10.1%(9)	36.0%(32)	23.6%(21)
$+$ を選択	5.6%(5)	7.9%(7)	1.1%(1)	1.1%(1)
$-$ を選択	0%(0)	5.6%(5)	1.1%(1)	12.4%(11)
その他	5.6%(5)	2.2%(2)	1.1%(1)	4.5%(4)
無答	49.4%(44)	43.8%(39)	47.2%(42)	47.2%(42)

表-5 と表-6 は、第5,6学年における各問題に対する反応を示したものである。反応の多い順は、概ね正答、除法、無答である。除法を選

ぶ児童が第4学年に比べて多い。特に×(純小数)である問題において、除法を選ぶ児童が多い³⁾。

表-5 各問題に対する反応(4年)

	580×2.4	1.2×7.6	600×0.3	1.2×0.8
正答	76.2%(77)	69.3%(70)	49.5%(50)	43.6%(44)
÷を選択	8.9%(9)	14.9%(15)	41.6%(42)	39.6%(40)
+を選択	1.0%(1)	0%(0)	0%(0)	2.0%(2)
-を選択	4.0%(4)	6.9%(7)	0%(0)	3.0%(3)
その他	0%(0)	0%(0)	2.0%(2)	1.0%(1)
無答	9.9%(10)	8.9%(9)	6.9%(7)	10.9%(11)

表-6 各問題に対する反応(6年)

	580×2.4	1.2×7.6	600×0.3	1.2×0.8
正答	91.9%(113)	81.3%(100)	81.3%(100)	83.7%(103)
÷を選択	1.6%(2)	5.7%(7)	15.4%(19)	13.0%(16)
+を選択	0%(0)	0%(0)	0%(0)	0%(0)
-を選択	2.4%(3)	0.8%(1)	0%(0)	0%(0)
その他	0%(0)	0.8%(1)	0%(0)	0%(0)
無答	4.1%(5)	11.4%(14)	3.3%(4)	3.3%(4)

4. 議論

4.1 乗数の数値の影響

第4,5学年の各学年において,被乗数が整数や帯小数であるかどうかに関わらず,×(帯小数)である2つの問題の正答率は概ね等しかった。また被乗数が整数や帯小数であるかどうかに関わらず,×(純小数)である2つの問題の正答率も概ね等しかった。第4,5学年の各学年において,×(純小数)である2つの問題の正答率は,×(帯小数)である2つの問題の正答率よりも概ね低かった。小数の乗法の文章題における演算決定は,乗数の数値の影響を受けるが,被乗数の数値の影響はあまり受けないと言える。

この結果はこれまでの先行研究で示された特徴と一致する。例えば,Luke(1988)は,×(純小数)である文章題における演算決定は,×(帯小数)である文章題よりも困難であると言う。Bell, Fischbein, and Greer(1984)は,文章題の数値が被乗数,乗数に関わらず,整数,帯小数,純小数の順で困難になると言う。

4.2 各学年の特徴

第4学年において正答率は全体的に低い。一番多い反応は無答である。加法や減法を選ぶ児童もみられ,反応は多岐にわたる。これらは,小数の乗法が指導されていないため,児童は正しい演算を選ぶことができず,無答としたり加法や減法を選んだものと言える。

第5学年において,×(帯小数)である問題の正答率が高くなるが,×(純小数)である問題の正答率は低い。

×(帯小数)である問題の正答率が高くなるのは,小数の乗法の指導効果によると言える。一方×(純小数)である問題の正答率は低く,除法を選ぶ児童が多い。児童は,まだ×(純小数)である乗法を十分理解していないためと言える。

第6学年において,×(純小数)である問題の正答率も高くなり,各問題の正答率に顕著な違いは見られない。×(純小数)である問題の正答率が高くなるのは,小数の乗法以降に指導される内容の効果によると言える。

4.3 認知構造の再構成

上記に示した各学年の演算決定に関する特徴は,認知構造の再構成という視点から以下のように解釈できる⁴⁾。

児童は,×(帯小数)である乗法に対して既存の認知構造の修正だけで対応できるので,第5学年における小数の乗法の指導によって演算決定できるようになる。×(帯小数)である乗法は,第5学年における小数の乗法の指導効果が出やすい内容であると言える。小数の乗法の指導後,もし児童が×(帯小数)である乗法に対して困難を持っているならば,指導上の配慮が必要である。

児童は,×(純小数)である乗法に対して,「結果が被乗数よりも小さくなる」など既存の認知構造の修正だけで対応できない。×(純小数)である乗法に対して,児童は認知構造の再構成を

図る必要があり，単に小数の乗法の指導だけでは十分ではない。児童は小数の乗法・除法，割合，比例などを学習することを通して，認知構造の再構成を図ると言える。認知構造の再構成が図られた結果，第6学年において \times (帯小数)である問題と \times (純小数)である問題の正答率に顕著な違いが見られなかったと言える。 \times (純小数)である乗法については，小数の乗法の指導後も継続的な指導や評価が必要である。

5. おわりに

本稿の目的は，小数の乗法の文章題における児童の演算決定能力の発達に関する特徴を明らかにすることであった。小学校第4，5，6学年の児童314人に対して実態調査を行った。その結果，以下のようなことが明らかになった。第5学年において小数の乗法の指導によって， \times (帯小数)である問題の正答率は上がるが， \times (純小数)である問題の正答率は変わらない。第6学年において \times (純小数)である問題の正答率は高くなる。このことは，児童は， \times (帯小数)である乗法に対して既存の認知構造の修正だけで対応できるが， \times (純小数)である問題に対して既存の認知構造の修正だけで対応できず認知構造を再構成する必要があるためと言える。

謝辞

本稿の調査をしていただきました各小学校の先生方に心より感謝いたします。

註

- 1) 乗数が帯小数である乗法を便宜上「 \times (帯小数)」と表す。同様に乗数が純小数である乗法を便宜上「 \times (純小数)」と表す。
- 2) 「 1.2×7.6 」や「 1.2×0.8 」のような「(小数) \times (小数)」の問題では，被乗数と乗数の大きさが他の問題に比べて等しいため，減法を選ぶ児童が多いと言える。
- 3) これは，児童は1より小さい数をかけることに抵抗を持つためであると解釈される。
- 4) 第4学年において， $\times 1$ や $\times 0$ の乗法が指導されているが，それらの指導だけでは，認知

構造の再構成は図られず，認知構造の再構成を促す契機になると言える。

参考・引用文献

- Bell, A. W., Fischbein, E., and Greer, B. (1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context, Education-
al Studies in Mathematics, **15**, 129-147.
- Bell, A., Greer, B., Grimison, L., and Mangan, C. (1989). Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory, Journal for Research in Mathematics Education, **20**(5), 434-449.
- Bell, A., Swan, M., and Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers, Educational Studies in Mathematics, **12**, 399-420.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., and Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division, Journal for Research in Mathematics Education, **16**(1), 3-17.
- Graeber, A. O. and Tanenhaus, E. (1992). Multiplication and division: whole numbers to rational numbers, In D. T. Owens (Ed.), Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics (pp. 99-117), New York: Macmillan.
- Graeber, A. O. and Tirosh, D. (1990). Insights fourth and fifth graders bring to multiplication and division with decimals, Educational Studies in Mathematics, **21**, 565-588.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situation, In D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching learning (pp. 276-295), New York: Macmillan.
- Greer, B. (1994). Extending the meaning of multiplication and division, In G. Harel

and J. Confrey (Eds.), The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning Mathematics (pp. 61-85), New York: State University of New York Press.

片桐重男 (1975). 小数の乗除の意味の指導について, 横浜国立大学教育研究紀要, 第 15 集, 74-93.

岸本忠之 (1999). 小数の乗法の学習水準に関する研究, 科学教育研究, 第 23 巻第 2 号,

121-129 .

Luke, C. (1988). The repeated addition model of multiplication and children's performance on mathematical word problems, Journal of Mathematical Behavior, 7, 217-226.

中島健三 (1968). 乗法の意味の指導について, 日本数学教育会誌, 第 50 巻第 2 号, 2-7.