

証明観の転換をうながす指導に関する一考察 ～証明とテクノロジーを用いた説明の役割の違いに焦点を当てて～

萩原 裕樹

1. 研究意図と目的

証明は、中学校第2学年の図形の単元で学習する。そして、それ以降、数学の多くの場面で証明を行うことになる。しかし、生徒の証明における学習状況は望ましいとは言えず、測定や具体的操作による方法でも十分であり証明を必要としない生徒がいることが指摘されている。特に、テクノロジー環境下では、Chazan(1993)や清水(1994)などが、テクノロジーを用いた測定値や計算値による説明で満足してしまう生徒が多いことを指摘している。

そこで本研究では、「テクノロジーを用いた説明は証明の代わりになる」という証明観を「役割が異なるため、テクノロジーを用いた説明は証明の代わりにはならない」という証明観へ転換を促す指導を提案し、考察することを目的とする。

2. 論文の構成

序章

第1節 研究意図と目的

第2節 研究方法

第1章 証明についての先行研究

第1節 証明のさまざまな捉え方について

第2節 証明役割について

第3節 証明における生徒の学習について

1-3-1 テクノロジーを用いないときの生徒の証明の捉え方

1-3-2 テクノロジーを用いたときの生徒の証明の捉え方

第4節 本研究への示唆

第5節 第1章のまとめ

第2章 証明とテクノロジーを用いた説明

第1節 図形の学習での作図ツールの利用

2-1-1 数学教育でのテクノロジーの導入

2-1-2 図形の学習での作図ツールの利用の意義

第2節 テクノロジーを用いた説明の分類

2-2-1 分類の必要性

2-2-2 説明の分類

2-2-3 説明の分類の具体例

第3節 証明とテクノロジーを用いた説明の役割の違い

2-3-1 証明とテクノロジーを用いた説明の特徴の違いを考察する観点

2-3-2 証明の役割をテクノロジーを用いた説明が果たすかについての具体例

2-3-2-1 命題が正しいことを確かめる

2-3-2-2 命題がなぜ正しいか理由を説明する

2-3-2-3 命題の間にある論理的関係を示す

第4節 第2章のまとめ

第3章 証明観の転換を促す指導について

第1節 証明観の転換を促す指導について

3-1-1 生徒の証明観の転換について

3-1-2 証明観の転換を促す指導の提案

第2節 研究調査

3-2-1 研究調査の内容及び結果

3-2-2 研究調査についての考察

3-2-2-1 指導前の生徒の証明と作図ツールによる説明に対する捉え方

3-2-2-2 指導後の生徒の証明に対する捉え方の変容

第3節 第3章のまとめ

終章

第1節 研究のまとめ

第2節 今後の課題

資料

3. 各章の概要

【第1章 証明についての先行研究】

第1節では、証明という用語の整理をした。ここでは、図形の学習での証明とは、図形の性質を考察するために、確かなことから演繹的に結論を示す方法と捉えることにした。第2節では、De Villiers(1990), Hanna(1989), 杉山(1986)を参考に、証明の役割について考察した。証明の役割は、命題が正しいことを確かめることだけではなく、図形の性質を考察する際に重要なのは、なぜ正しいのか理由を説明する、

命題の間にある論理的関係を示すことであることを述べた。第2節では、生徒が証明をどのように捉えているかを国宗, Chazan(1993), 垣花・清水(1993)の先行研究から考察した。

【第2章 証明とテクノロジーを用いた説明】

第1節では、図形の学習でのテクノロジーの利用における有効性について述べた。第2節で、説明の中での作図ツールの使い方(作図をする, 図形を動かす, 測定する)を基準に, 作図ツールによる説明を次のように分類した。

説明(ア)見た目に基づいて示す説明(作図ツールを用いて作図し, 図形を動かす)

説明(イ)測定することで結論を直接確かめて示す説明(作図ツールを用いて作図し, 図形を動かしたり, 測定をする)

説明(ウ)推論の途中で測定値や具体的操作で得た結果を根拠に用いて, 結論を導いて示す説明(作図ツールを用いて作図し, 図形を動かしたり, 測定をする)

説明(エ)確かなことがらを根拠に結論を導いて示す説明(証明)(作図ツールを用いて図形を動かしたり, 測定して得た結果を説明に用いない)

第3節では, このように分類した説明が, それぞれ証明の役割を果たすかを次の観点から考察した。

- ・命題が正しいことを確かめてしているか否か
- ・命題がなぜ正しいか理由を説明しているか否か
- ・命題の間にある論理的関係を示しているか否か

説明(ア)と(イ)は, 観点を果たさず, 説明(ウ)は観点を果たさないことを考察した。

【第3章 証明観の転換を促す指導について】

「テクノロジーによる説明が証明の代わりになる」という証明観から「代わりにならない」という証明観へ転換する指導を提案し考察した。それには, 第2章で考察したように, 作図ツールによる説明が証明の役割を果たさないことを生徒が理解する必要があると考え, 次のような反例による指導が有効であることを考察した。

条件を変えることでその性質が成り立たなくなる反例を生徒に与えると, なぜ成り立たなくなるのかという疑問を抱き, どのような条件で性質が変化するのかを考察するきっかけになり, 「なぜ図形の性質が正しいのか, 理由を説明すること」と「図形の性質の間の論理的関係を示す」という証明の役割を生徒が意識し, それらが作図ツールによる説明では果たすことができないことを理解することが可能になる指導を提案し考察した。

4. 今後の課題

証明を行うためにテクノロジーをどのように用いることが有効なのかをさらに考察する必要がある。また, ことがらの正しさの捉え方については, さらに考察を行い, 「事実と対応していることがら」から「前提のことがらから演繹したことがら」へとことがらの正しさの捉え方を変容させる有効な指導法について考える必要がある。

5. 主要参考文献

- 清水克彦・垣花京子他 (1993). ジオワールドにおける生徒の活動分析(2) - 測定値を根拠とする証明は間違いか -, 第26回日本数学教育論文発表会論文集, 357-360.
- 杉山吉茂 (1986). 公理的方法に基づく算数・数学の学習指導, 東洋館出版社.
- 國本景亀 (1991). 前形式的証明に関する研究, 第24回日本数学教育論文発表会, 281-286.
- Balacheff (1988). Aspect of proof in pupils' practice of school mathematics, Mathematics Teachers and Children, 216-238.
- Chazan (1993). High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof, Educational Studies in Mathematics24, 359-387.
- De Villiers (1990). The role and function of proof in mathematics, Pythagoras24, 17-24.
- Hanna (1989). Proofs that prove and proofs that explain, Proceeding of the 13th International Conference on the Psychology of Mathematics Education, 45-51.