

# 中学校数学における発展的な考え方の指導に関する研究 ～一般化に焦点を当てて～

小林 君和

## 1. 研究の意図・目的

生徒が発展的に考察することは、特に重要な意義をもつものであるが、発展的に考える能力が十分に育成されていないという結果が報告されている。

では、生徒に発展的な考察を促すためにはどのような指導が望ましいか。例えば数学教育の問題解決場面で、清水静海(1994)は「いつでも使える方法はどれだろう」「もっとうまくまとめてみよう」「他の数値や他の場面でもできるか確かめよう」などという問題意識をもって、学習したことをできるだけ広げる態度ともの見方や考え方を育てることが重要であると述べており、問題を解決した後でも、ものごとを固定的、終局的に見ないで、さらなる推測を促すといった指導が大切であると述べている。そして、「いつでも使える方法はどれだろう」の問いかけなどは、より広い範囲で成り立たせるよう促すということから一般化の支援と捉えることができる。Polya, G. (1959)は一般化を、「与えられた一組の対象の考察からそれを含むより大きな組の考察に移ることである。」と規定しており、発展的に考えていくための方法になっている。よって、「発展的な考え方」を育成していくためには、一般化の指導の中に取り入れていくことが有効であると考えられる。

しかし、一般化に関する指導の現状は必ずしも「発展的な考え方」を常に促すことに十分配慮されておらず、適切な結果を導く題材を扱い、その結果を証明する指導に偏っていると考えられる。そこで、そのような偏った一般化の指導が「発展的な考え方」を促すことを妨げる原因であるのなら、生徒が自分なりに一般化を進めようとする推測に指導の焦点を当てることが、一つの効果的な方法ではないかと考える。

そこで本研究では、一般化の過程における生徒の推測の在り方の分析を通して、「発展的な考え方」を効果的に促す指導方法への示唆を得る

ことを目的とする。

## 2. 論文構成

序章 本研究の意図・目的・方法

第1節 研究の意図

第2節 研究の目的と方法

第1章 数学教育における「発展的な考え方」の指導

第1節 「発展的な考え方」についての先行研究の概観

1-1-1 発展の意味

1-1-2 学習指導要領における「発展的な考察」の取り扱い

1-1-3 数学教育における「発展的な考察」の意義

第2節 「発展的な考え方」の分析

1-2-1 本研究における「発展的な考え方」の定義

1-2-2 「発展的な考え方」に関わる生徒の現状

第3節 「発展的な考え方」と一般化の関係

第2章 数学教育における一般化

第1節 数学教育における一般化とその意義

2-1-1 一般化の対象と方法

2-1-2 数学における一般化

2-1-3 数学学習における一般化

2-1-4 数学教育における一般化の意義

第2節 一般化の指導における先行研究の分析

2-2-1 一般化の指導に関する先行研究の概観

2-2-2 一般化の指導の成果と限界

第3節 本研究における一般化の捉え方

2-3-1 一般化の定義

2-3-2 一般化の過程

第4節 数学教育における一般化の指導

第3章 数学教育における一般化の指導の分析

第1節 一般化の過程における推測の段階への着目

3-1-1 一般化を困難にする原因

3-1-2 原因の再分類化

第2節 一般化の過程における推測の段階への指導のあり方

終章 本研究のまとめと今後の課題

3. 論文の概要

【第1章】

発展の意味について、発展は高い段階へ移ることにとどまらず、事物の本質までが変化する場合も含めたものであると述べた。そして発展的な考察が、数学教育の目的として現在の学習指導要領の中にまで位置づいていることを述べ、創造的な活動のできる人間形成をねらいとしたものであることを中島健三(1981)の研究から説明した。その上で「発展的な考え方」を定義し、「発展的な考え方」と一般化の関係について考察し、一般化の指導の中で生徒に発展を促すことによって、生徒は「発展的な考え方」を身につける機会を得ると説明した。

【第2章】

一般化する困難な場面の一つに、適用範囲を広げるときに起こる推測がうまくいかないことを磯田正美(1995)らの研究から説明した。そこで本研究における一般化を Polya, G. (1959)から定義し、続いて一般化の過程を推測、確認、証明の段階に分類し、それぞれにおける生徒の活動を分析した。そこで、生徒に思い切って推測を促す機会を増やしていくことが、発展的な考えを促すための一つの効果的な方法であると考え、一般化の過程における生徒なりの推測の段階について検討した。さらに、推測を3つの場面に分けて考察し、数学的に、問題解決的に証明して偽を導く推測を、over-generalization, under-generalization の2つに大別した。そして over を「ある範囲で数学的に成り立っている命題を、より広げようと推測をしたときに、その命題がより広がった範囲内では成り立たなくなる推測」と捉えた。そして指導の中で over や under に適切に対処すべきことを主張した。

【第3章】

Feinstein, I. K. (1979)の研究を基に、over や under を引き起こす原因を8つに再分類化した。そして一般項の式が決まらない問題は、問題を解決した場面にとどまらず、さらに一般項の式などを求めるように推測を促すことによって、生徒は帰納の限界を認知したり、健全な懐疑の態度を身につけたり、発展したからといって何か得られるわけではないことを示した。一方、一般項の式が決まる問題は、over や under が引き起こされた原因について教師の指導が適切に対処できれば、生徒は問題を解決するだけでなく、創造的な数学的事実を導く結果が得られることを示した。

4. 今後の課題

1 点目は、推測の段階における原因の妥当性について分析することである。また、推測の段階の他に確認、証明の段階について検討することである。2 点目は、数学教育における一般化を支援するための事例と方法の開発である。

5. 主要参考・引用文献

- 中島健三 (1981). 算数・数学教育と数学的な考え方 - その進展のために - (第2版), 金子書房.
- 清水静海 (1994). 算数のよさを追求する授業 - 見通し・操作・一般化 -, 湖西市立岡崎小学校.
- 磯田正美 (1995). 数学学習における拡張の論理 - 形式不易と意味の変容に注目して -. 古藤怜先生古希記念論文集編集委員会, 学校数学の改善 - Do Math の指導と学習 -, 東洋館出版社.
- Feinstein, I. K. (1979). Dare we discover or the dangers of over-generalization, School science and mathematics, **79(1)**, 22-33.
- Polya, G. (1959). 数学における発見はいかになされるか 1 帰納と類比 (柴垣和三雄 訳), 丸善. (原典 1954)