

解釈学からみた数学的活動論の展開
- 人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ -
Hermeneutics for Humanizing Mathematics Education

磯田 正美 (Masami ISODA)

筑波大学教育学系

(Institute of Education, University of Tsukuba)

本稿は、数学教育の人間化という活動思潮の延長において、解釈学的視野から数学的活動をみとることの意義を示した。解釈学に基づき、解釈学的営みを他者の立場になって考える人間の本性として規定し、数学、数学教育における解釈学的営みを、パスカルの数学的活動、日豪教室間での協同的問題解決活動を例に示した。数学の本性を客観性、科学性に求める数学的活動観から捨象されかねない、数学における人間の営みを読みとり、記述し、構想し得る点に解釈学的視野の意義を認めた。

For Humanizing Mathematics Education, this paper illustrates the significance of the role of hermeneutics to describe mathematics activity with the examples of Pascal's activity and collaborative problem solving on the Internet. Hermeneutic activity is defined by hermeneutics with the human nature based on reminding or imaging speaker's or author's mind in the case of one's interpretation. It helps to see mathematics activity as human enterprise and saves from recognizing it as only scientific, abstract, systematic and objective activity.

キーワード：文化，数学史，解釈，数学的活動，共感

1. はじめに

20 世紀初等には教育内容と関わって話題にされた数学的活動は、我が国では遅くも戦中期には、世界的にみても現代化期には、意図的指導課題となった。さらに、近年の教育課程改訂に関わっては、よさ、楽しさという子どもの価値観育成をも目指す活動論が注目されている(清水 1995, 根本 1999)。そして、新設科目「数学基礎」では 数学と人間の関わりを知ること、本論文の立場で言えば数学を人間の営みとみなす指導が期待されている。その期待は、社会・歴史・文化志向の数学教育という動向とともに、拡大する傾向にある(長崎 2001, 磯田 2001)。

一口に数学的活動と言っても、その内実は多様である。本稿の目的は、数学教育の人間化が叫ばれた数学的活動論の過去 40 年の展開において、解釈学的視野から数学的活動を記すことの意義を示すことにある。そのために本稿では、

まず、数学を人間活動とみなす数学的活動論の動向を概観する。次に、解釈学の基本概念を示し、その基本概念によって解釈学的営みを規定する。そして、その視野に立てば、数学における人間活動を主観的に記述できることを指摘する。そして、そのような数学的活動の記述が数学教育にもたらす意義を述べる。

2. 数学教育人間化における活動論の展開

解釈学的営みとして記される数学的活動の特質を示す前提として、ここでは、近年の活動論が、知識体系における活動、数学を生み出す活動、そして人間の社会・文化的活動と拡大してきた経過を確認し(磯田・宮川 2000)、近年、心の教育の一貫として、数学を人間の社会・文化的活動と認める動向があることを指摘する。

2.1 知識体系から数学化への展開

数学者がする(Do Math, 数学を生み出す)活動

が数学の本来の活動であるという思潮が世界的に注目される一契機は、20世紀中盤の数学教育現代化運動期に求められる。現代化では、米国を中心に、集合と構造から学校数学を構成し、それを発見的に教えようとする New Math が先行した。その動向に対して、数学の本質は、その知識体系(New Math)自体にあるのではなく、Do Math にあるとする批判が起きる。そこでは、知識体系としての数学と、それを生み出す活動としての数学との対比において、後者を指す語として数学化という語が象徴された。

実際、1967年当時数学教育国際委員会委員長であった Freudenthal(1968)は同委員会主催のロキウム「なぜ有用なものとして数学を教えるべきか」の基調講演で次のように述べている。

「問題は『どのような数学を』にあるのではなく『どのように数学を教えなければならないか』にある。その第一の原則は、数学とは、実在を数学化することを意味しているということである。～中略～人間が学ばなければならないのは、閉じた体系としての数学ではなく、むしろ活動としての数学、すなわち、実在を数学化する過程や、できることならば、数学を数学化する過程である」ここで「どのような数学を」とは、New Math の立場からすれば内容の選択・再構成を問題にしていた。その問いを、それを生み出す活動の側から捉え直すべきことを Freudenthal は、ここで訴えたのである。

70年代に数学教育人間化の提唱者として注目された英国の Wheeler(1975)は「数学的知識を伝達する目標のかわりに、子どもが豊かな数学的活動をすることを目標とすることは、数学が人間の活動であることを示す本質的なステップである」としながらも、活動が恣意的に用いられる用語であることを憂えて、やはり数学化を提唱した。そして、今日の数学教育研究で話題になる数学化論を展開する Freudenthal 研究所の創成もこの時代であった。

Wheeler が問題視した活動という語のもつ恣意性は、日本では戦後の教育課程の改訂において繰り返し問題にされ、特に現代化期には、統合発展という認識の進化図式で、数学が生み出

される過程が記述された(中島 1981)。

2.2 人間化とその社会・文化への展開

現代化後の活動論は、人間活動であることを強調しながらも、どちらかと言えば、数学内容の心的構成過程に焦点化された。それは、問題解決、数学化、数学的モデル化など、数学の構成におけるプロセスモデルを範型に活動が記されたことに現れている。Freudenthal や Wheeler の言葉にある人間という語が、今日のように、人間の社会文化という視野を包摂し、数学内容の心的構成過程を越えた人間活動を話題にするようになるまでの背景には、数学自体の変貌、数学論の変貌、教育・認識論の変貌、社会の変貌などの複数要因が介在した。例えば、80年代、問題解決、数学的モデル化過程というような心的構成過程に関わる語で課題を記した NCTM では、80年代末のスタンダードには、コミュニケーションを目標に数えるようになった。それは、数学の心的構成過程を越えたプロセスが問題にされるようになった証である。

New Math 時代、指導法、例えば発見法は教える方便としても話題にされた。一方、今日の数学教育学の動向においては、数学する心を支える価値観(信念)などの認知面、数学用語・数学器具などの表現の媒介手段やコミュニケーションなどの数学の社会文化的側面は、数学を教える方便ではなく、数学の本性に数えて、それを教えることを当然とみなすようになった。米国の改訂スタンダード 2000 で内容スタンダードとプロセススタンダードが対等に記されたことはその現状をよく物語っている。

一方、我が国では、心の教育や学び方が教育界で話題にされる中、80年代末によさの感得という心の育成が改めて教育課程上に位置づけられ、加えて今回の改訂では活動の楽しむことが求められた。特に、新設数学基礎では「数量や図形についての概念等が人間の活動にかかわって発展してきたことを理解する」ことが求められ、ここで言う人間活動とのかかわりの内容が、概念の形成や認識の過程と人間や文化とのかかわりであることを明示された。

では、そのかかわりとはいかなるもので、い

かにすれば知ることができるのか。そこでの社会・文化とはいかなるもので、その教育はいかになされるべきか。

参照理論が整備され、数学教育学研究で数学する心の育成をとりあげることが可能になったのは、80年代中盤以降であるが、その研究は発展途上にある。この領域の研究困難性は、共有し得る用語を確定することの難しさ、科学志向の客観的記述枠組みによって、心という主観世界を記すことの難しさに起源している。例えば、数学教育研究では、80年代後半の米国での研究動向を受けて、93年のPMEでは、認知と情意の合一が主題になった。元来、日本語「情意」「意欲」は、情動と意志とを一語で、すなわち合一状態で記す。一方、米国(英語圏)の心理学では、情動と意識(認知)は別概念として研究される。それらは、意識の深層を話題にするドイツ語圏に発する精神分析学とも性格を異にする。文化の相違が用語の共有を難しくしている。

数学における人間の社会、文化的活動を通じて心の育成の問題を話題にするために、以下、本稿では、解釈学が提供する、他者の立場になって考える営みとして数学的活動をみとる。そして、科学性という視野からではなく、他者への共感という視野からその営みを提案する。

3. 解釈学とその展開

本稿では、人間の生き生きした営みを認める方向で活動観を拡大するために、解釈学を参照する¹⁾。ただし、解釈学は200年を越えて変貌しており、含意するところも広範である。ここでは話題にしたい解釈学的営みを規定すべく、解釈学の基本概念を示す。そして、解釈学諸学説と対照することから、その妥当性を示す。

3.1 解釈学的営みの基底

ここでは、解釈学の諸説と多くの事例解釈経験(例えば Isdo et al. 2000, 磯田・土田 2001)に基づき、その基本概念を「理解(了解 理会)」「他者の立場の想定」「自己理解(教訓)」「解釈学的循環」によって定めることにする。以下、本稿のための解説を提示する。

「理解(了解)」とはテキストなどの対象に対

する解釈を指す。「他者の立場の想定」とはテキストの妥当な解釈は著者(や話者)の心情を想定して、他者の立場になってみる主体の働きかけにおいてはじめて可能なことを指す。「自己理解(教訓)」とは他者の立場を想定し解釈する際に自己の主観(時に先入観)が必然的に映し出され、他者を鏡に自らの考え方が明らかになる、すなわち自己についての理解(教訓)を得られることを指す。「解釈学的循環」とは、部分理解が全体に寄与し全体理解が部分理解に寄与するというテキスト解釈の循環を指すが、広くは解釈が再帰的にまた多重的に進展することを通じて、より客観性のある解釈を導くことを指す。

特に「他者の立場の想定」と「自己理解」は、解釈者による被解釈者(解釈対象)に対する共感の基で主観的に成り立つ行為であり、従って解釈の客観性は共感という主観的な共有行為において規定しえる。そこには、人間を、他者の立場になって考えることができる存在、他者に共感する本性を備えた存在と認め、そのような人間の主観を手がかりに人間の理解行為を認めようとする人間観が認められる²⁾。

3.2 解釈学の発展と基本概念

以上の基本概念は、筆者が、解釈学諸説を参照し、自らの解釈経験を反省することで特定したものである。ここでは、まず、基本概念を、諸学説の側から説明することによって、解釈学諸説からみた妥当性を示し、自らの解釈経験に照らしての妥当性の検討は、次章で解釈学的営みを例示することによって代替する。

1960年代以降に近年の解釈学の発展を導いた Gadamer(1993, 訳 1995)は、解釈学の発展を、もともと「聖書に神の意志を探し求める」ことにはじまり、Schleiermacher, Dilthey と展開し、Heidegger, Gadamer の見解に至るとした。

Schleiermacher (1805, 1809, 訳 1984)は解釈学を、プロテスタントの聖書解釈学から文学、歴史学などのテキスト解釈の方法論へ一般化した。「理解に際しての二つの対照的な原則。(1)私は矛盾や無意味に直面するまですべてのものを理解する。(2)私は、私が必然的なものとして認識し構成することのできないものを何も理解しな

い」これは理解が主観からみた必然性と無矛盾性によって確認されること、そして、矛盾を認めるまで仮説的な理解が保たれ解釈が継続的に繰り返される解釈学的循環についての言及である。「解釈の眼目は、人が自己の心情から、著者の心情への移行することができねばならないことである」これは他者(著者)の立場の想定についての言及である。この著者の心情を想定して、自らの心情をそこに重ねて共感的に解釈しようとする行為は本稿を通じて重視される。「文法的解釈は客観的解釈であり、技術的解釈(解釈学)は主観的解釈である」心情を重ねる行為は全く主観的である。このように解釈の主観性に立つ Schleiermacher の立場は、解釈が主観を映し出す鏡となって自らを理解するという自己理解を言外に含み得るが、彼自身は、それを話題にしていない。

Dilthey(1900, 訳 1973)は、解釈学を、主観に基づく解釈に客観性を与える精神科学の方法論とみなした。「あらゆる了解はつねにただ相対的なものにとどまり、決して完結することはない」すなわち、解釈学的循環である。「了解の技術(解釈学)の中心点は、文書の含んでいる人間存在の名残りを解釈することにある」「恒久的に固定された生の表示の、技巧的な了解のことを、私たちは解釈とよぶ。精神的な生にとって、その客観的把握が可能な表現は、ただ言語表現である」Dilthey の理解の特徴は、人間の生きた証(営み)がテキストに埋め込まれているとみなす点にある。この人間の生を解釈主体が共感的に読みとることに客観性を認める視野こそが、解釈学の特質である。「私は、私自身を他人と比較することで、はじめて、自分のなかに個性的なものを経験できる」Dilthey において他者の立場の想定と自己理解は「与えられた生の表示(テキストなど)の総体に、自分独自の自己を転移する」ことによる自己移入、心情の重ね合わせを通じて語られる。

Schleiermacher, Dilthey と系譜する解釈学に異を唱えたのが Gadamer である。Gadamer(1960, 訳 1986)は「歴史的精神の本質は、過去の復元にあるのではなく、思惟によって現在の生との

媒介を行うことにある」とした。Gadamer においては、過去の生きた証を復元する作業を媒介に行われる現在の解釈者の生を顕在化するものとして自己理解が強調される。「どんな了解にも(ハイデガーの言う理解と解釈に加えて)第三の遂行契機として『自己自身を了解する』ことが起きる」これは Gadamer の立場から、理解(了解)、自己理解を述べたものである。

Gadamer は、解釈対象を拡大した。例えば会話に対して「他者の立場に身を置いてみることで、どのような場合でも真の会話の要素である」と述べている(1960, Warnke 1987: 訳 2000)。他者の立場に心情を重ねて、そこに現れる自らの主観を理解する解釈学的営みの対象は、通時的テキストに限定されない。そして、Gadamer 後には、例えば理論と観察の関係を自然科学における解釈学的循環とみなすというような、解釈学を自然科学などすべての科学に通じる哲学とみなす動きも現れる。

以上のように解釈学の基本概念「理解(了解)」「他者の立場の想定」「自己理解(教訓)」「解釈学的循環」は、その学説毎に話題にされてきた。

4. 解釈学的営みとしての数学的活動

ここでは、上述の解釈学の基本概念を数学の場合へ適用し、その営み(解釈学的営み)を例示し、それによって数学における人間の営み(human enterprise をも含意する意味での activity)がいかに描かれるかを指摘する。以下、基本概念を利用していることの確認の必要から、適宜基本概念を「 」ないし()で明示する。

4.1 事例：パスカルへの解釈学的営み

先述したように解釈学は、当初、主観に基づく歴史(通時的)解釈を客観化する意図から体系化された。歴史上の営みや生の痕跡としてのテキスト、主観でしかとらえようのないものから、客観的な理解を導く方法が解釈である。パスカルのパンセよりパスカルがデカルトに抱いた感想を抜粋する³⁾。

| |
|---|
| 抜粋 1. パスカルがテキストに残した人としての営み 「パンセ」より 76. 学問をあまり深く究める人々に反対して書くこと。デカルト。～略～ 79. デカルト。大づかみにこう言うべきであ |
|---|

る。「これは形と運動から成っている」と。なぜなら、それはほんとうだからである。だが、それがどういう形や運動であるかを言い、機械を構成してみせるのは、滑稽である。なぜなら、そうすることは、無益であり、不確実であり、苦しいからである。そして、たといそれがほんとうであったにしても、われわれは、あらゆる哲学が一時間の労にも値するとは思わない(前田陽一訳)

この感想に解釈主体が衝撃を覚えたとするれば、「ここで話題にされるデカルトの数学とは何か(理解に通じる)」「パスカルはなぜ否定したのか、逆にパスカルの真理観とは何か(他者の立場の想定に通じる)」「現代数学を学んだ自分はパスカルの思いを理解できるか(自己理解に通じる)」というような問いを想起しよう。そして、それら問いに対する解答を求めるならば⁴⁾、さらにパスカルの記述を読み進めることになり、例えば、抜粋2で示したデカルトのライバルであり、同等に著名数学者であったフェルマ宛の手紙と重ねて読むことになるだろう。

抜粋2. パスカルのテキストに残した人としての営み

パスカルからフェルマへの書簡より
 賭の分け前に関するあなた(フェルマ)のお手紙を頂きましたが、それをどんなにすばらしいと思ったか、~中略~まことに嬉しく存じます。いみじくもあなたと同じものを見出したのである以上、私が真理の中にいることはもはや疑いがないところですから。さいころ遊びよりも賭の分け前を定めるあなたの方法に私はずっと敬服しました。~中略~(著名な数学者の友人達は)それを見いだす糸口さえお分かりになれませんでした。それで私は分け前の正しい比を知っているのは自分一人だと思っておりました。あなたの方法は非常に確かなものです。そして私がこれを見出すべく努力していた時、最初に考えついたのもまさにそれなので。しかし組合せを使うとたいへん手間がかかりますので、私はそれを要約したものを、さらに適切に申せば、ずっと短く明晰な別の方法を見出したのです。それをここで簡単にお話したいと思います。というのは、もしできましたら、これからはあなたには心を開いて語りたいたいです。それほど私たちが意見を同じくしたということが私には嬉しいのです。パリでもツールズでも真理は一つなのですね。さてそこで、例えば、二人の賭博者が三回で上がりの勝負をし、-以下略- (和田誠三郎訳)

抜粋1と対比するならば、抜粋2に顕著なのはパスカルのフェルマへの共感的姿勢である。そこには、どのような数学をよりよい数学と認めたかに関わるパスカルの数学観、そして先取性を問題にする数学観、その共有者をもとめる真理の共有、共感できたことを喜ぶ心情などが浮き彫りとなる。

一世代上のデカルトが生み出した数学(代数解析)に対してパスカルがなぜ抜粋1に現れるほどの激しい闘志を燃やしたのか。デカルトとぶつかる必然性のあるパスカルの人間像をそこに垣間見るのである。パスカルのテキスト解釈

を通じて、数学者パスカルの人間的営みの理解は客観性を高めていく(解釈学的循環へ)。その解釈の客観性は、我々がパスカルに心情を重ねて共感的に読みとる我々の解釈学的営みに支えられている。

このように解釈学の基本概念に沿って、人間の生(この事例では人間パスカルの心情)を、解釈者の主観を通じて共感的に浮き彫りにする作業が本稿で言う解釈学的営みである。

4.2 解釈対象の数学教育への拡大

以上のテキスト解釈は、解釈学の古典的对象である。それに対して、今日の解釈学は、すべての科学をも射程にする。Jahnke(1994)は数学教育、数学教育研究全般に解釈学が適用しえることを提案した¹⁾。特に Jahnke の指摘したそこの他者の営みを理解すること(含む他者の立場の想定)と、その営みのもつ意味を理解すること(含む自己理解)という、解釈学的営みの二重の円環構造(磯田 2001 参照)は、数学教育、数学教育学研究においても、様々な次元で認められる。インターネット上での日豪間数学コミュニケーション(Isoda et al2000, 川崎他 2001)研究の場合で解釈学的営みを認めよう。

抜粋3は、日豪の高等学校間で行われた英語によるコミュニケーションデータである。課題は、連続する数の和の性質を求める問題である。この事例では、参加する生徒が解釈者とみた場合(共時)と、参観した研究者が解釈する場合(通時)とで、少なくとも異なる二つの次元での解釈学的営みを認め得る。

抜粋3. インターネット上での掲示板を利用した日豪高校教室間コミュニケーションより

豪発信1. オーストラリアから日本へ
 (A) 我々のグループは4人、順に紹介すると(以下、自己紹介は省略)
 パートa:
 (B) 連続する三数で、xを最初の数、yを二番目の数、zを三番目の数とする。最初の連続三数1, 2, 3の和は6。次の連続三数2, 3, 4の和は9。その次の連続三数x, y, zは3, 4, 5で、合計12。つまり、最初の三数(1, 2, 3)はx, y, zで表せる。すると次は(x+1), (y+1), (z+1)で、これはx+y+z+3と同じ。その次の連続三数は(x+2), (y+2), (z+2)で、たしたらx+y+z+3+3になる。その次はx+y+z+3+3+3、その繰り返しというわけで、3ずつたしていく。だから、6からはじめて、連続三数の和は、3の倍数で増えていく。同じように考えたら、連続五数の和は、5の倍数で増えていく。
 (C) 日本のみなさん、パートaの解答についての我々の提案に答えてください。そしてパートbについて提案下さい。

日発信 2. 日本からオーストラリアへ
 (D) こんにちは、私たちのグループは 5 人 . . . (以下自己紹介のみ)
 豪発信 3. オーストラリアから日本へ
 (E) (自己紹介の続きの最後に)先にお送りしたパート a についての我々の提案に答えていただけませんか。待ってます。
 日発信 4. 日本からオーストラリアへ
 (F) ご存じの通り、私たちは英語を書くのが得意ではありません。わからなければ聞いてください。
 ?? パート a
 この問題では、連続三数と連続(五が脱落)数は区別しないといけない。
 (G) <連続三数>
 X を最初の数とする。連続三数は、次の数が $(X + 1)$ に相違なく、同様に最後の数は $(X + 2)$ に相違ない。それゆえ、三数の和は $X + (X + 1) + (X + 2) = 3X + 3 = 3(X + 1)$ 。X は自然数であろう。(X は負の数を含んだ整数もとりえる) (以下略)
 (H) 紳士、紳士のみなさん！(男子校だから淑女はいないよね) この式の意味をみなさんにわかってほしいところです。(略)いずれにしても、解答は 6 以上の 3 の倍数です。
 <連続五数> (略)
 (I) # 私たちからの質問(1)連続 A 数について。A が奇数ならば、総和は A の倍数で表せる。A が偶数ならば、総和は A の倍数で表せない。どうしてか説明できますか？
 ?? パート b??
 パート b も同じように考えました。(略)
 <連続四数> (略)
 (J) 式、 $2(2X + 3)$ は、X が 1 増えると、式の値は、2 増える。解答は、12 以上の 2 の倍数です。
 # 私たちからの質問(2)
 (K) 基本的な条件の場合で問題を考えてきました。ここで数とは自然数です。しかし、先に書いたように、負の数を含む整数も取り得る。もし、ここで数が整数であれば、解答は変わるか？
 豪発信 5. オーストラリアから日本へ
 (L) もし負の数が含まれていても、解答は変わらない。だけど、解答には、正の数ばかりでなく負の数も含まれる。
 パート b
 (M) 最小の数は 10、なぜなら、 $(x, x + 1, x + 2)$ 、そして $x + 3$ と表せるから。これは連続四数の和、これは、 $4(x + 1.5)$ と計算できる。あなたの(a)に対する解答で、連続数の和の総計は倍数、この場合 4 の倍数。つまり、値は、10, 14, 18, 22, 16 . . . (略)
 連続六数なら . . . (略)
 日発信 6. 日本からオーストラリアへ
 (N) お手紙読みました。我々が出した質問(2)に対する、みなさんの解答は完璧です。パート a とパート b については、十分に議論しました。しかし、質問(1)については、みなさんのグループで議論しましたか。次の手紙でその解答を書きます。次の手紙がみなさんの手に届く前に、もう一度考えてみてください。とにもかくにも、パート c に入りましょう。(略)
 豪発信 7. オーストラリアから日本へ
 (O) パート C のための議論 あなたの考えは好きですが、我々は別の考えをもっています (略)

コミュニケーションを続ける生徒はまさに共時的営みとして、それぞれに解釈学的営みを行っている。まず、(B)で豪側から連続する三数を x, y, z で表すという日側での代数表記慣習から外れた解答がくる。(D)で、日側は、自己紹介にとどまり、(E)で、豪側は解答を返信してこなかった日側の状況に配慮して丁寧に促す。(F)

で、日側は、代数的に一般性のある解答(G)で返信することに、豪側がどう反応するかをはかりながら発信する。同時に(I),(J)で問題を出している。(M)で豪側は、日側の表記を踏襲して説明してくる。日側は、豪側のこの踏襲から共有を確認する。(N)で日側は、連続する数を図で表し、合計の説明をするが、(O)で豪側は、それを支持しながらも、負の数が表せないので別表現で考えることを主張する。

以上のコミュニケーションでは、互いの送信内容と受信内容が同期するまでのそれぞれの局面で、先方のメッセージ内容を「理解」し、先方の数学表現から先方の数学的能力を査定して、それに見合う返信をそのメッセージを受け取る「先方の身になって」送り返そうとする生徒の先方への共感的姿がある。その際、自分自身の理解を先方に求めた設問がなされる。その相互解釈の再帰的営みを通じて、コミュニケーションは同期していった。

生徒の自己理解(教訓)はその感想に明瞭に記されている。実際、感想には、生徒自身が自分の数学観をメッセージ解釈に際して適用し、結果として自らの数学観を修正したことが記されている。例えば、「数学は普段、一人でやっていたが、このような集団で一つの問題について話し合うのもまた趣があり良いものだと思う」という日側生徒の感想には、普段の自分の数学学習がこの学習活動を鏡に明らかになったことが記されている。「遠くはなれたオーストラリアの生徒と自分達が話ができるのが面白かった。顔も見えていない、声も聞いたことがないが、それでも彼ら 3 人は、確かに海の向こうに存在していて、僕たちと同じ一つのテーマ(問題)について考えてくれている。それを想像しただけでも嬉しくなる」生徒は、海の向こうの他者との共時的な数学的営みに感激している。生徒自身は数学コミュニケーションを通じて他者と考えを共有しあう解釈学的営みを通じて自己の数学観を見直したのである。

数学教育研究者は、調査・実験から得る質的データ(観察, 参与観察, アンケート, VTR などから得る)を通事的にとらえる。その際、改め

て、「生徒や授業者の立場になって共感的に解釈する」ことから始める。実際、上述のような生徒の姿や感想として記された生徒の学習による変容も、データから得た解釈の総体を、生の痕跡であるテキストを通して、それを表した生徒に心情を重ねて、その心情を語ろうとする通事的解釈抜きでは記述しえない。そして、そのような主観的解釈は、その客観性を確認すべく、別の班のデータと対比して解釈される。

例えば、抜粋3には、日豪両国の学校でそれぞれ行われる数学に関わる作文、感想文にはみられないような、他者を鮮明に意識した、他者との共有(例えば(C),(F),(H))とせめぎ合い(例えば(E),(I),(K))を含んだ手紙型の対話形式が認められていると「理解」したとする。それは、他のデータにも認められるだろうか。複数データと対話的に解釈することで、生徒が数学学習における新しい手紙スタイルの協働に従事したこと、それを人間的な営みと認めて楽しんでいたという解釈が、客観性を高めていく(解釈学的循環)。

では、このように認められた人間的営みは、数学的活動としていかなる意味があるのだろうか。解釈対象を広げれば、パスカルのフェルマ宛書簡(図1)にたどり着く。そして、このような手紙によるコミュニケーションこそ、数学者が昔から真理の探究、共有に際して行ってきた営みであることがわかり、その解釈の数学的活動としての妥当性が確認される。そして、さらには、このような解釈の方法が、これまで数学教育研究で話題にすることが難しかった、他者の営みへの共感に基づく主観的な解釈を記述する方法論的価値を備えるという「教訓」を得る。

明らかなことは、生徒も我々も、解釈学など話題にすることなく、人としてその営みを普段行っていることである。我々は生徒のコミュニケーション行為にみるような他者の立場を想定した解釈、生徒の感想にみるような自己理解による教訓に共感し、その事実を取り上げることができる。そのような当たり前の記述を疎外する要因があるとすれば、それは、そのような普段から行っている主観的営みを「客観的でない」

「科学的でない」、時には「数学的ではない」という名の下で、捨象してきた我々の姿勢にある。

5. 数学的活動としての解釈学的営み

本稿は、解釈学的営みによってみとれる活動を、数学的活動と認めることを要請する。以下、まず、解釈学的営みがいかように数学的活動を記述するかを述べる。次に、そのような営みを数学的活動と認める意義を、教育実践と数学教育学研究両面から述べる。

5.1 解釈学的営みとしての数学的活動

磯田(1999)に準じて、様式・過程・変容という視野から、数学的活動としての解釈学的営みの特質を述べる。

数学的活動を特定する様式は、解釈学の基本概念(理解・他者の立場の想定・自己理解・解釈学的循環)である。例えば、フェルマ宛のパスカルの手紙を読む。真意を解そうとすれば、パスカル、フェルマがそこで表した数学の中身を理解すること、そこでの数学内容を再現してみる行為が求められる(理解)。その上で、なぜこのような共有への願いをパスカルはかいたのか(他者の立場の想定)、パスカルは、フェルマをどのような人と想定したのか、パスカルはどのような存在として自らを(自己)理解をしていたのか。仮に、私が解釈者であれば、このように考えて、数学上の共感には、そこで書かれた数学の理解だけでなく、そのような人物像の理解や、そこでの営みの理解が欠かせないという教訓を引き出すことになる。

過程は、Jahnke(1994)が指摘したように、被解釈対象者がなす営みと、被解釈対象者に心情を重ね合わせる解釈者の営みというような解釈学的営みの二重環構造によって説明できる¹⁾。先の日豪研究では、まず、共時的営みとして、豪側の行っている営み(一つの解釈の環)を、日側で解釈して返信する営み(それを解釈する環)という二重環構造がメッセージのやりとりを支えている。さらに、通時的営みとして、それらコミュニケーションでなされている営み(一つの環)を、研究者が共感的に解釈する(それを解釈する環)ことで研究成果を出すという二重環構

造がある。そして後者の二重環を通じた解釈学的循環によって解釈者の理解は深まり、解釈の客観性が増していく。

変容は、数学に関わる解釈学的営みを経て得た理解発言や感想などで確認され、それは単なる対象に対する理解ばかりでなく、多くの場合、人として共感し得る解釈主体にとっての教訓(自己理解)を含んでいる。日豪コミュニケーションでは、生徒は先方のメッセージをただ理解するばかりではなく、感想で語られたような生徒にとっての教訓を得ている。同様に、パスカル解釈でも上述のような教訓を引き出せる。

5.2 数学教育への解釈学的営みの意義

我が国では、石山脩平(1935)以来、解釈学は、文献解釈を主題とする国語教育において基本的方法とみなされてきた。なぜ、数学教育では、近年まで解釈学が話題にされる機会がなかったのか。これまで話題にされなかった方法論を、改めて数学教育に持ち込む意義を以下述べる。

解釈学は、その発生において自然科学ではなく、精神科学の基盤とみなされてきた。逆に、数学的活動を自然科学の基盤とみなせば、数学的活動から、解釈学的営みとして話題にしえる他者への立場の想定に基づく主観による共感という活動は記述対象から外れていく。解釈学的営みから数学的活動をとらえなおすことの意義は、そのように無意識の内に外されてきた主観的営みを数学教育において復権させる点にある。

解釈学的営みによって記述しうる数学的活動は、対象を表した他者の立場を想定することで話題にしえる対象の生きた理解であり、その解釈を鏡に映し出される自己理解としての教訓である。そして、解釈学的営みによる記述が生き生きとした人の再生を伴うのは、その記述に際して、その人の心情への共感を伴うからである。

例えば、これまで数学教育では、理解とえば、多くの場合、数学の概念理解など数学内容の心的構成を指してきた。一方で、異なる考えが対立しあう練り上げの場では、「もし貴方の言った通りだとすれば、貴方が正しいとする前提も崩れないか」という弁証法的な対話が個の変容の契機として有効であることが指摘されて

きた。その指摘までが、数学教育における多くの理解研究の射程であった。

それに対して、この発話を解釈学的営みとみれば、相手の立場に立って共感的に考え、相手の立場に立って説得しようとする生徒の姿が浮かぶ。解釈学的営みにおいて理解とは、数学内容の心的構成という範囲を超えて、発話する他者の立場に心情を重ねつつ、自らの教訓を導き出そうとする主体の行為である。そして、心情を重ねて教訓として導き出した見解こそが、この場合言えば「もし貴方の言った通りだとすれば」という共感的発話である。同時に、そこには、そのような発話する生徒の内にある共感的な心情を認める観察者・教師の姿が介在する。

数学理解を内容の心的構成とみなす結果として、そこにあるべき解釈学的営みが捨象される場合がある。例えば、数学内容の心的構成を促す方便として数学史を紹介する場合がある。方便である限りは、単なる紹介でも問題はない。それが、数学と人間のかかわりを教える方法であるとみなすと問題になる。それは、通時的な解釈学的営みを捨象した知識伝達行為であり、数学と人間のかかわりの本質を捨象する結果を導きかねない。解釈学的営みは、数学と人間のかかわりを教える方法である。前述の事例のように、共感と教訓を導く原典解釈機会を取り入れるならば、解釈学的営みを通じて、生徒は、自らその数学内容とそれを生み出した人間とのかかわりを知る活動に取り組むことになる。

数学を生み出す活動は、人によって営まれる。他者の立場に心情を重ねつつ、自らの教訓を導き出そうとする共感に支えられた主体の行為に、解釈学的営みは光を当てる。例えば、数学の考えのよさを教えるにはどうしたらよいか。まずは、よさを求めて教材に対する解釈学的営みがなされる。既存の教科書教材のよさを知るだけでも、著者がなぜそのような教材を入れたのかという、著者の立場になって考えてみるのが求められる(礒田 2000)。教師が認めたよさを教室で共有すべく、それぞれの子どもが課題解決を通じて解釈したよさを話題にする。他者の認めたよさを味わうには、他者の立場になって

考えてみる必要がある。その相互共感においてよさが話題にできる。解釈学は、数学する心を、数学的活動を通じて育てる際に必要な方法論を提供するのである(磯田・土田 2001)。

5.3 数学教育研究における特質

解釈学は質的研究の背景理論であり、数学教育研究において質的研究方法を利用する際には、すでに採用されている。他者の立場の想定という視野も、数学教育研究で話題にされている(例えば Nemirovsky 2000)。ただし、解釈学的営みの特質が、質的研究の成果の一般化に対する見解の相違にあることは、必ずしも明示されない。

質的研究の成果を一般化するには、その一般化を可能にする根拠として何らかの説明理論を前提にする必要がある。それに対して、解釈学的営みにおいては、ケースから得られる解釈は、教訓を導く根拠となる。解釈結果から教訓を導き、そこで共感が得られる限り研究成果は、客観性を保持し、共有され一般視される。

例えば Piaget の認識論では、活動は主体の環境との相互作用として性格付けられ、認識は均衡化の過程、すなわち主体が直面する矛盾とその解消への調節で説明される。Vygotsky の認識論では、活動は媒介手段を介した人と人との相互作用として性格付けられ、認識は間主観的なものの主体への反映として性格付けられる。

数学教育学研究で、これら認識論が採用された根拠の一つはその説明性である。実際、Piaget は矛盾に注目して、Vygotsky は間主観に注目して認識を説明する。説明できれば、解釈は合理性を備え、それを根拠に仮定すれば、その解釈を一般化できる。同時に、説明理論それぞれは、認識の説明に制約を与える。研究者は、選択した認識論に制約を受け、その理論で説明できる現象に注目する研究パラダイムに入り込む。

解釈学にそこまで強い説明理論はない。生徒は解釈学的営みから解釈・教訓を得る。教師、研究者も得る。解釈学では、得た解釈・教訓の一般性は、科学的な意味では保証し難い。かわりに解釈者が、被解釈者の立場を想定し、心情を重ねて、その解釈・教訓に読者それぞれが共感することによって客観性を高めるのである。

特定の認識論で説明できる解釈をその認識論で説明することには合理性がある。他方で、特定の認識論では説明しにくい教訓を導く際には、解釈学的営みが真価を發揮する。数学と人間のかかわりを、その人間への共感を通じて主観的にその生き様と認め、そこでの教訓を共有していくパースペクティブを数学教育学に提供するのが解釈学の意義である。数学、数学教育にかかわる社会・文化は、他者への共感という人間の営みを通じて主観的に共有される。解釈学は、そのような人間の営みへの共感に基づく数学教育学を構想する際のパースペクティブとなる。

脚注

- 1) 解釈学の数学教育学への適用可能性への注目は、Jahnke(1994)におう。Jahnke は、数学教育学における解釈学の意義が、主観を対象化する点にあることを指摘し、歴史家の解釈学的営みを例にその過程を示している(磯田 2001 参照)。「教師が数学史を教室に持ち込むならば、教師は、歴史家のパースペクティブについて理解すべきであり、(歴史家の営みと当時の人々の営みという)この二重の環を意識し、その中で回れるような、歴史上の問題を参照すべきである。そうすることによってのみ、教師も生徒も仮説を形成し、異なる時間と異なる文化において生存した他者の身になって考える準備ができるだけの教材に対する確かな自由権を獲得することができる。私にとっては、他者の身になって考えてみる、他者の世界において考えてみるのが、数学教育上の歴史的諸内容に基礎を提供する教育哲学の核である。科学者や数学する集団(当時の人々)の一員となった教師は、数学すると同時に始源的環の中で心理的なゲームを巡る。実際に、その状況から、教師は、歴史的人物が暗黙ないし明確に想定している理論的な諸条件を想像することができるようになる。しかし、それでは終わらず、その想像からその諸条件についての仮説形成へと進めなければならなくなる。ここで本質的なことは、始源的環の中での数学することが、第二の環である全体内の諸関係(歴史家の営み)を通じて帰結する、始源的環外との諸層によって支援されていることである。他者の身になって考えてみることは、数学と自分自身の関係に自分を映し出す機会となる。

その映し出しは、逆に、自分が読みとろうとしている媒体(多くはテキスト)によって客観化される。この記述に「理解」「他者の立場の想定」「自己理解」「解釈学的循環」という視野、そして解釈の二重環が記されている。

- 2) 他者に共感する能力が、人間に限らず、模倣行動をする類人猿の脳が備える機能であることが、近年の脳科学はミラーニューロンを通じて明らかにした。その能力は他者の心を読む能力としても知られている; V.S. Ramachandran, (http://www.edge.org/3rd_culture/ramachandran/ramachandran_index.html)
- 3) パンセは、パスカルの死後に彼のメモを編集したもので、衆目に示すことを意図していなかっただけに、パスカルの本音が残された貴重な資料である。
- 4) パスカルは一世代上のデカルトに対して激しい対抗意識を燃やしていたことが知られている。例えば、彼の数学論である「幾何学的精神について」は、デカルトが提唱した代数による解析と対峙するものとみなしえる。フェルマは、デカルトと接線論において競い合い、デカルトが考えを改めたほどの数学者である。

参考・引用文献

- 礒田正美 (1999). 数学的活動の規定の諸相とその展開. *日本数学教育学会*, 81(10), 10-19.
- 礒田正美・宮川健 (2000). 高等学校の数学教育改革のパースペクティブ. *日本数学教育学会誌*, 82(11), 20-29.
- 礒田正美 (2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒. *筑波数学教育研究*, 20, 39-48.
- 礒田正美・土田知之 (2001). 異文化体験を通じての数学の文化的視野の覚醒. *日本科学教育学会年会論文集*, 497-498.
- ウイルヘルム・ディルタイ (1973, 久野昭[訳]). *解釈学の成立*. 以文社.
- 川崎宣昭, 小林良典, 礒田正美 (2001). インターネットによる日豪数学教室間コミュニケーション. *日本科学教育学会年会論文集*, 25, 49-52.
- 清水静海 (1995). *子供を伸ばす算数*. 小学館.
- シュライエルマッハー (1805・1809/1810). 久野昭・天野雅郎[訳] (1984). *解釈学の構想*. 以文社.
- ジョージア・ウオーキー (2000, 佐々木一也[訳]). *ガダマーの世界*. 紀伊国屋.
- ハンスゲオルグ・ガダマー (1986, 礒田収[訳]). *真理と方法*. 法政大学出版局.
- ハンスゲオルグ・ガダマー, カルシテイン・ドット (1995, 巻田悦郎[訳]). *ガダマーとの対話*. 未来社.
- フィリードリッヒ・シュライエルマッハー (1984, 久野昭, 天野雅郎[訳]). *解釈学の構想*. 以文社.
- 長崎栄三 (2001). *算数・数学と社会・文化のつながり*. 明治図書.
- 中島健三 (1981). *算数数学教育と数学的な考え方*. 金子書房.
- 根本博 (1999). *中学校数学科：数学的活動と反省的経験*. 東洋館.
- ブレイズ・パスカル (1966, 前田陽一・由木康[訳]). *パンセ*. 中央公論社.
- ブレイズ・パスカル (1978, 和田誠三郎[訳]). *パスカルからフェルマへ*. 伊吹武彦他[編], *パスカル全集 1*(pp. 308-319). 人文書院.
- バフチン (1980, 北岡誠司[訳]). *言語と文化の記号論*. 新時代社.
- Freudenthal, Hans (1968). Why to teach mathematics so as to be useful, *ESM*, 1.3-8.
- Isoda, Masami. McCrae, Barry. Stacey, Kay. Kawasaki, Nobuaki. Woolacott, Brian. Kobayashi, Yoshinori, Marston, Kyla. (2000, August). *Mathematical Communication on the Internet between High School Classrooms in Japan and Australia*, Topic Study Group 6 at the 9th International Congress on Mathematics Education, Tokyo.
- Isoda, Masami. Aoyama, Kazuhiro (2000). The change of belief in mathematics via exploring historical text with technology in the case of undergraduates. *Proceeding of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics*, 132-141.
- Jahnke, Hans N. (1994). The Historical Dimension of Mathematical Understanding: Objectifying the Subjective. *Proceedings of the Eighteen International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 139-156.
- Jahnke, Hans N. (2000). The Use of Original Sources in the Mathematics Classroom, In Fauvel, John and Maanen, Jan V. (eds.), *History in Mathematics Education* (pp.291-328).
- Nemirovsky, Ricardo, Monk, Stephen, (2000). "If you look at it the other way..." An Exploration Into the Nature of Symbolizing, In Cobb, Paul., Yackel, Erna., McClain, Kay. (eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms* (pp.177-221). LEA.
- Wheeler, David (1975). Humanizing Mathematical Education, *M. Teaching*, 71, 4-9.