

中学校数学科における「数学の応用」に焦点をあてた教材開発の研究

身近な場面に潜んでいる数学を解き明かす発想に着目して

青木 弘

1. 本研究の意図と目的
生徒の意識の中には数学の社会的有用性について、あまり汲み取れていない者も少なくない。生徒が数学の有用性を感得するためには、学習した数学を応用することによって考えるのではなく、実際に活かされている数学そのものを応用するような教材をもってくるとしたい。なぜならばこれは本当に役立っている場面であり十分な信用性も得られているため、授業で扱うことに対して、疑問を生じる者は少ない。これにより数学に対する生徒の意識が変容し、数学の有用性を認知することを目指す。
そこで本研究の目的として、中学校段階の生徒が数学を活かす立場から数学が適用されている内容を授業で取り上げて、生徒はその背後に潜んでいる数学を解き明かす、または理解するという教材開発を行う。なお授業で取り扱う題材は、実生活における様々な事象の中で実際に活かされている数学的背景や現実場面を素材として教師側が収集し、授業では生徒に数学的活動をさせて、楽しみながら様々な形の問題解決を生徒ができるようにすることにしたい。
2. 論文の構成
序章 本研究の意図・目的・方法
第 1 節 本研究の意図・目的
第 2 節 本研究の方法
第 1 章 数学の応用に関する先行研究の検討
第 1 節 数学の応用に対する諸立場とその特徴
第 2 節 数学的モデル化の位置づけ
第 3 節 数学科における応用問題の位置づけ
第 4 節 数学の応用に関わる先行研究の検討と指摘
第 5 節 本章のまとめ
第 2 章 本研究における「数学の応用」の概念規定
- 第 1 節 数学の応用に対する有意義な価値とその特徴
第 2 節 数学の応用の必要性とその役割
第 3 節 本研究における「数学の応用」の定義とその特徴
第 4 節 「数学の応用」に焦点をあてる際の留意点
第 5 節 「数学の応用」からみた応用数学の位置づけ
第 6 節 本章のまとめ
第 3 章 本研究における「数学の応用」の枠組み設定
第 1 節 「数学の応用」に関する学習指導方法の先行研究
第 2 節 先行研究にみる教材の概観とその特徴
第 3 節 教材開発する際の留意点
第 4 節 「数学の応用」における学習指導方法の授業の構造モデル
第 5 節 本章のまとめ
第 4 章 「数学の応用」に焦点をあてた教材開発の具体例
第 1 節 学習指導案 1〔エレベーターの配置状況〕
第 2 節 学習指導案 2〔蜂の巣とスूप缶のパッキングの関連性〕
第 3 節 本章のまとめ
終章 本研究のまとめと今後の課題
第 1 節 本研究のまとめ
第 2 節 今後の課題
3. 論文の概要
【第 1 章】
まず数学の応用にはどのような立場があり、どういう特徴が見られるのかを指摘した。次に、数学的モデル化過程や数学科の応用問題には、数学の応用とどういう相違があるのか明確にし、

位置づけを行った。

最後に、数学の応用について3つのカテゴリーに分類して特質を整理すると以下のような表で示されることを指摘した。

対象物	生徒	実生活	モデリング
目的	動機付けにつながる、意欲的に数学を学ぶようになるため	数学の社会性・有用性を学び、数学に対する価値を見出すため	プロセスから数学的思考方を体験するため
教材の特色	生徒にとって面白い教材を集める	本当に役に立っていることが体感できるような教材を集める	プロセスが体験できるような教材を集める
歴史的な背景	積極的に関心を持って数学を活用する態度を育てる	数学が果たす役割について認識させる	プロセスについてのみ重視される
問題提起	他のもので動機付けられる生徒には、応用は必ずしも期待しなくてもよい	生徒に数学使用のよさを十分理解させるのを助けるような場面はあるのか	社会的な要求を汲み取り、意味を明らかにするのを助けているか
問題点の現状①	全ての生徒を動機付けられるような教材を見つけることはなかなか難しい	有用性の判断は生徒個人による(果たして「誰にとっての現実か」)	役立つと勘定して使ってみるとかかぬ、役立つ場合も考えられる
問題点の現状②	限られた時間の関係や未開発のため教えることが不可能	数学以外の知識が必要とされる	多くの面白い数学が実生活とはいえないような場面に基づいている

【第2章】

数学の応用の意義深い特徴は数学的な概念や構造が数学の技法と同じく、数学に対する重要な有用性をもっていることであると考える。

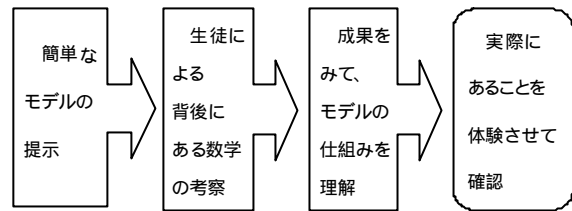
本研究における「数学の応用」とは、数学的な構造を設定して、これに基づく観測(or シミュレーション)することにより数学と現実世界の境界の壁を掘り起こしていき、この事象に潜む数学的構造を解き明かし、探り当てていくプロセスと定義づけた。なお現実世界の中での有効性は確認されていることは言うまでもない。ここで考えられる「数学の応用」に対する有意義な点としては、「十分な信用性がある」「数学的モデル化というもののプロセスを経なくてよい」「新しい数学の内容として扱える」「本当に役立っている場面である」などが挙げられる。また本研究の立場をより明確化させるために、留意すべき点を挙げた。

【第3章】

まず「数学の応用」を授業で扱う際の学習指導方法として、先行研究にあたり、その特徴を示した。また教材開発を行う上で、教材の先行研究をいくつか取り上げ、その概観を示した。これより、生徒側に視点をおいた立場より教材開発をする際の留意点と、教師側に視点をおいた立場より学習指導の原則を列挙した。

最後に、本研究における独自の学習指導方法の授業モデルを示した。

本研究における学習指導方法の流れ



【第4章】

本研究における教材開発の具体例として、「エレベーターの配置状況」と「蜂の巣とスプーン缶のパッキングの関連性」についての二つの教材モデルを提示した。

4. 今後の課題

今後の課題として、一つには開発した教材を学習指導方法の授業モデルに基づいて、実際に実践して授業で行い、生徒たちに数学的な定式化をさせて、それがどう見えるかを実際に活動させてみたい。もう一つには「数学の応用」に焦点をあてた教材を継続して開発していきたい。

5. 主要参考・引用文献

DAVID GAY (1998). Beehives And Other Packing Problems. *Geometry by Discovery* (pp. 327-381). John Wiley & Sons, Inc.

High School Mathematics at Work: Essays and Examples for the Education of All Students (1998). *Mathematical Sciences Education Board/National Research Council* (pp.30-34, 49-53).

Henry O. Pollak (数学教育新動向研究会 [訳]) (1980). 第12章 数学と他の学科との相互作用. 数学教育国際委員会<ICMI>[編], *世界の数学教育 その新しい動向*. 共立出版, 299-320.

Mathematics Teacher (1994). The lost trigonometry class and the hidden treasure, *Sharing Teaching Ideas. Mathematics Teacher*, 87(1), 18-25.

岩波書店 (1995). [対談]藤田宏 伊理正夫 応用数学の時代. *岩波講座 応用数学 応用数学の時代 (月報, No.15)*, 岩波書店.

島田茂 (1995). 算数・数学科のオープンエンドアプローチ 授業改善への新しい提案. 東洋館出版社, 9-35.

青木弘 (2001). 中学校数学科における「数学の応用」を活かした教材開発の研究. 第34回数学教育論文発表会論文集, 555-556.