

中学校数学における連立方程式のつまずきに関する研究

- 加減法，代入法の conception に着目して -

臼田 要介

1. 研究の意図・目的

数学が「嫌い・不得意・退屈」といった生徒は学年を追うごとに増加している(国立教育研究所, 1996)。このような結果をもたらす一因として学習におけるつまずきが考えられる。特に方程式指導においては解き方に重点が置かれがちで、単に解けるだけでは十分ではないということが指摘されている。方程式や解の意味、結果に至るまでの過程の意味、なぜこのように解くのかといった概念的なことが理解されていなく、つまずきが起こりやすくなると考える。連立方程式の指導においても加減法や代入法の手法に重点が置かれる傾向がある。先行研究において、加減法や代入法に関して生徒は手法のみを暗記し、その結果、つまずいてしまうことが指摘されている。

以上のことから、本研究の目的は、連立方程式の加減法，代入法に関するつまずきに焦点を当てて、つまずきの原因究明を行い、指導への示唆を得ることとした。

2. 論文の構成

序章 研究の意図・目的・方法

第1節 研究の意図・目的

第2節 研究の方法

第1章 数学教育における「つまずき」の整理

第1節 「つまずき」の捉え方

第2節 「誤答」の捉え方

第3節 「conception」の捉え方

第4節 「つまずき」, 「誤答」, 「conception」の関係

第5節 本章のまとめ

第2章 連立方程式指導における問題点

第1節 連立方程式のつまずきに焦点を当てる理由

第2節 連立方程式に関する用語の意味と捉え方

第3節 連立方程式指導における問題点

第4節 本章のまとめ

第3章 連立方程式の解法における「つまずき」の特定

第1節 連立方程式の解法における「つまずき」を捉える視点

第2節 conception から見る連立方程式の解法

第3節 生徒の conception の究明

第4節 本章のまとめ

第4章 連立方程式における「つまずき」を活かす指導

第1節 「つまずき」を活かし、克服していく力を育てる指導のあり方

第2節 同値の概念を踏まえた連立方程式の指導の提案

第3節 本章のまとめ

終章 本研究のまとめと今後の課題

第1節 本研究のまとめ

第2節 今後の課題

3. 論文の概要

【第1章】

つまずきは学習の進行中に起こるものであり、解法の行き詰まりや誤答を手掛かりに停滞状態でのつまずき(問題に着手できない・途中から先に進むことができない)、最後まで解答を出せる状態でのつまずき(誤答を表出する(つまずきが顕在化している)・正答を表出する(つまずきが顕在化していない))を判断する。そして、それらの解答を手掛かりにつまずきの原因である生徒の conception(生徒が独自に作り上げ、生徒なりの論理があり筋の通った考え(間違ってもかまわない))に着目することが必要であることを指摘した。しかし、正答によって覆い隠されてしまうつまずきもあるので、誤答だけでなく、正答も含めた複数の解答を手掛かりにしていく必要がある。

【第2章】

方程式指導において単に方程式が解ければよいということではなく、論理的に考察する能力を高めるといったねらいがあるが、現状では方程式を技能的に解くことはできても、結果に至るまでの過程の意味を概念的に理解していないといった問題点が指摘されている。連立方程式においても同様なことが指摘できる。その打開策として、同値の概念を踏まえた指導が挙げられるが、実際には教科書に基づいた例題指導に留まっているといった報告がなされている(国立教育研究所, 1998)。そこで、中学校数学の教科書を分析したところ、連立方程式における同値の概念は扱われていないことを確認した。

【第3章】

連立方程式の解法におけるつまずきを捉える視点を、先行研究に基づいて(1)分数、小数の係数を整数になおす段階でのつまずき、(2)整数係数をそろえる段階でのつまずき、(3)消去操作の段階でのつまずき、(4) $ax = b$ を解く段階でのつまずき、(5)代入とその後の計算のつまずきと5つの段階のつまずきに分類し、Skempの理解の類型(道具的理解・関係的理解・論理的理解)に基づいて設定した。本研究では(3)の段階におけるつまずきに焦点を当て、そのつまずきをしてしまった生徒はSkempの理解の類型に基づく道具的理解のみしか働いていないことを指摘した。しかし、基本的な枠組みでつまずきをしてしまった生徒の理解はどの程度かを捉えているので、さらに詳しく捉えるために生徒の加減法、代入法の conception に着目した上で、中学校2年生がいかに関立方程式を解いているのかを調査した。「2つの文字のうちどちらか1つの文字を消去しようとしたが消去できなかったので、連立方程式を解くことができない。」といった偏った conception を推測したが、調査結果から同値の概念の理解が不十分なため、上記で挙げた conception を持ち、つまずきが起こるという結論に達した。

【第4章】

つまずきを活かす意義では、つまずきを活かすことにより自分で誤りに気づき、その誤りを

深く印象付け、どこを直し、どこが分かればいいのか考え、次の学習に進めるようになるといったことを挙げた。そして、相馬(1997)の先行研究に基づいてつまずきを活かす学習指導、つまずきを克服していく力を育てる学習指導を考察した。連立方程式の同値を踏まえた上で、上記の2つの学習指導で考察した生徒の「途中まで」の解法を大切に、解法の「比較」を取り入れることによって、つまずきを活かす連立方程式の指導を提案した。そして、同値を踏まえることにより同じ方程式を何度も書かねばならないが、解法の原理がはっきり表現されていて、論理的にはよくわかるといったことを指摘でき、連立方程式指導への示唆を得ることができた。

4. 今後の課題

第1に、同値の概念を踏まえた連立方程式の指導を実践することである。第2に、調査から生徒の内面に潜む conception を探ったが、さらに調査問題を検討していくことである。第3に、連立方程式において提案した同値の概念を踏まえた指導が一次方程式や二次方程式にも適用できるかどうか検討をする必要がある。

5. 主要参考・引用文献

- 小高俊夫 (1980). 数学学習の基本概念(中学校編) 数学的シエマの形成 . 東洋館出版, 93-95.
- 相馬一彦 (1997). 算数・数学教育と「つまずき」「克服していく力」を求めて , 子どもの学びとつまずき「わからない・できない」を活かす教科教育 (pp.190-202). 東京書籍.
- 原田耕平 (1991). 学校数学における子どもの misconception の同定と克服 ~ Balacheff の教授理論を手がかりにして ~ , 日本数学教育学会誌 数学教育学論究, 73(55), 3-15.
- Skemp, R.R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.