

学校数学における数学史教材の開発に関する研究

土田 知之

1. 研究の意図・目的

日本の子どもたちは、国際的に、数学の好き嫌いや数学に対する自信などの情意面において低水準にあり、望ましい数学観が育成されているとは言い難い(国立教育研究所, 2000)。数学の社会的有用性を入学試験のためだけに見いだしている生徒も少なくなく、学校数学で育成されている数学観は、歴史的文化的視点を欠如しているとの指摘もある。本研究では、学校数学における生徒の数学観の育成や改善を志向する指導の必要性を提起し、特に数学史学習の可能性に立脚した教材開発の方法を提案する。

現在、国際的に、数学史を数学教育に統合(integrated)しようとする動きがある(Fauvel & van Maanen, 2000など)。新たな動向としては、数学史上の一次文献の利用(礒田, 2001a, b; Jahnke, 2000; 恩田, 1998)と解釈学的営み(Jahnke, 1994)がある。一次文献の利用は、生徒の数学観の育成や改善に有効であるとされ、生徒の数学観の変容が実践報告されている。また、一次文献の利用にあたっては、著者が執筆した時代において文脈付けられる必要があるという読解態度(解釈学的営み)が求められる。一次文献の利用や解釈学的営みの意義や実践例は報告されてきている一方で、一次文献の教材化における解釈学的営みの具体的方法は提示されていない。この状況は、数学観の育成や改善を志向した一次文献を利用した教材開発を進める上での弊害になる。本研究は、この状況の改善、つまり一次文献の利用と解釈学的営みを志向した教材を開発する観点の明確化をねらいとして、数学史上の一次文献の読解態度としての解釈学的営みを具体化することを研究目的とした。

2. 論文の構成

序章 研究の意図と目的と方法

第1節 研究の意図と目的

第2節 研究の方法

第1章 本研究における数学史教材の観点

第1節 数学史教材の教育的価値

第2節 一次文献の利用

第2章 解釈学的営みの具体化

第1節 解釈学的基本概念

第2節 解釈学的営みの具体化

第3章 教授実験

第1節 題材としての一次文献

第2節 教授実験と考察

終章 本研究のまとめと今後の課題

第1節 本研究のまとめ

第2節 今後の課題

3. 論文の概要

【第1章】

第1節では、Tzanakis & Arcavi(2000)による数学史を数学教育に統合する方法の観点のうち、特に、数学的活動の内的(intrinsic)性質と外的(extrinsic)性質に関する認識の深化について注目した。さらに、数学史学習を生徒にとって、「こんな数学があったのか」というカルチャーショックを伴う異文化体験とみなし、生徒がその異文化体験により、普段意識していなかった内容を意識し、後にその意識化された内容を積極的に進展していくという期待を内包する異文化体験による「文化的視野の覚醒」(礒田, 2001a)という用語に注目した。そして、本研究の数学史教材の教育的価値を「数学的活動の内的性質と外的性質に関する文化的視野の覚醒」として特定した。第2節では、この教授目的を達成する上で、一次文献の利用とその読解態度としての解釈学的営み(Jahnke, 1994)が有効であることを確認した。

【第2章】

本章では、第1章で論じた一次文献の読解態度としての解釈学的営みを「三つの問いの連続」

として具体化した。第1節では、具体化の視点としての解釈学の基本概念「理解(了解)」「他者の立場の想定」「自己理解(教訓)」「解釈学的循環」(磯田,2001b)を、シュライエルマッハー、デイルタイ、ガダマーの解釈学の諸説から確認した。第二節では、これらの観点から、解釈学的営み(Jahnke, 2001)を捉えなおし、「三つの問いの連続」として具体化した。第一の問い(例えば「著者は、何を記述していたのだろうか?」)は「理解(了解)」に相当し、一次文献の記述内容を数学的に解釈することを促す問いである。第二の問い(例えば「当時の人は、どのように考えていたのだろうか?」)は、「他者の立場の想定」に相当し、当時の文脈で記述内容を解釈したり、著書などの心情を想像することを促す問いである。第三の問い(「当時の数学と学習している数学を対比して、どのように思いますか?」など)は、「自己理解(教訓)」に相当し、当時の数学と生徒が学習している数学(学校数学)を対比して、文化的視野の覚醒を促す(顕在化させる)問いである。問いの連続とは、問いの応答の客観性を高めたりする際に生じる問いの想起のことであり「解釈学的循環」に相当していることについて述べた。

【第3章】

第2章で提起した三つの問いの効果を教授実験により検証した。用いた一次文献は、古代インド(AD6c 頃)の祭式儀礼に関する規定書『アーパスタンバ・シュルバス・トラ』である。一回目の教授実験では、この一次文献の読解に際しての被験者(高校二年生1名)の活動や発言から、解釈学の基本概念を認め、「三つの問いの連続」が解釈学的営みを具体化していることを確認した。例えば、第三の問い「当時の数学と今の数学を比べてどう思う?」に対して、被験者は、「背景を知ったほうが身近に思える。同じ人間がやったことだから、(三平方の定理を)難しく考えなくてもいいんだな。実用的。教科書は、三平方の定理とかなんでも使っていたというのがない。私もできるかもって思う。」と述べ、「自己理解(教訓)」している。さらに、当時の人々の営みと自らの三平方の定理の学習を対比し、

三平方の定理に関する文化的視野の覚醒を実現していることについて述べた。二回目の教授実験では、「三つの問いの連続」の教室における効果を検証した。その結果、教室において教師によって順次的に投げかけられる三つの問いは、被験者(高校一年生12名)に解釈学的営みを促し、数学的活動の内的性質と外的性質に関する文化的視野を覚醒させることが示唆された。

4. 研究のまとめ

本研究の価値は、数学観の育成や改善を志向した数学史上の一次文献を利用した数学史教材の開発に際して、その読解態度である解釈学的営みを「三つの問いの連続」として具体化し、その効果を検証したことにある。今後の課題は、他の数学史上の一次文献に対して「三つの問いの連続」を活用し、生徒の数学観の育成や改善を志向した多様な数学史教材の開発を進めていくことである。

5. 主要参考文献

- 井野弥介(訳)(1980). アーパスタンバ・シュルバーストラ. 矢野首雄編集. *インド天文学・数学集* (pp. 387-488). 朝日出版社
- 磯田正美 (2001a). 異文化圏からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 - 隠れた文化としての数学観の変容を求めて -, *筑波数学教育研究* 20, 39-48
- 磯田正美 (2001b). 数学的活動論, その解釈学的展開 - 人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ -, *第34回数学教育論文発表会論文集*, 223-228.
- John Fauvel and Jan van Maanen [eds.] (2000). *History in Mathematics Education. An ICMI Study*, 201-240, 291-328.
- Hans Niels Jahnke (1994). The Historical Dimension of Mathematical Understanding: Objectifying the Subjective. *Proceeding of PME-18, 1*, Portugal, 139-156.