

高校の代数的内容における「数学的な見方や考え方」の育成に関する研究

M.Driscoll の Algebraic Thinking の研究をもとに

保坂 高志

1. 研究の意図と目的

数学科指導の成果として、生徒が内容を身に付けたり、知識・技能を身に付けたりすることが重視され、本来、その学習から得られるべき数学的な見方や考え方を生徒が問題解決のプロセスに沿って身に付けることは、副次的であると認識されているのではないだろうか。筆者は、数学の知識や技能を指導すれば、数学的な見方や考え方も身につくだろうという指導観には問題があると考えている。

教育課程審議会(1998)も、教育課程の基準の改善に当たっての基本的考え方の一つとして、学習指導の在り方について言及しており、これからの学習指導の在り方は、知識・技能の定着をもとにした考え方の育成を目指す指導もなされていくべきであることが示唆されている。

知識・技能を身に付けて問題が解けるようになることも必要ではあるが、筆者は数学のプロセスに生徒が触れることができるような指導を強調すべきではないかと考えている。そのための指導として、筆者は、学習指導要領で重視され続けている数学的な見方や考え方を育成する指導に注目した。

数学的な見方や考え方を育成するにあたり、筆者は、見方や考え方だけを取り出して指導するよりも、内容がある程度伴った形で指導することが有効であると考えた。また、その指導方法としては、問題解決のプロセスの中で見方や考え方を強調する指導が有効であると考えた。

以上から、本研究の目的は、「高校生に数学的な見方や考え方を育成するための教材開発及び指導法の提案をすること」と設定した。

2. 論文の構成

序章 研究の意図・目的・方法

第1章 数学的な見方や考え方の分類とその指導についての先行研究の検討

第2章 数学的な見方や考え方の育成のためのカリキュラム論並びに教材論

第3章 高校の代数的内容における本研究の数学的な見方や考え方のとらえ方

第4章 高校の代数的内容における数学的な見方や考え方を育成する授業モデルの開発

終章 研究のまとめと今後の課題

3. 論文の概要

【第1章】

本章では、日本で研究されている数学的な見方や考え方を始め、米国を中心に研究されていた問題解決のストラテジーなどのプロセス指導に関する先行研究を概観した。

その結果、M.Driscoll の Algebraic Thinking を除けば、大きく 3 つにカテゴリー分けされることがわかった。そして、数学的な見方や考え方の指導やその教材化においては広範な検討を要することも同時に示唆された。本研究では、指導や教材化に重点があるので、広範な検討を焦点化する必要性を見出し、筆者は、M.Driscoll が代数領域で働く見方や考え方である、Algebraic Thinking に焦点を当てていることを手がかりに、研究を進めていくこととした。

M.Driscoll は Algebraic Thinking の育成には、代数的な考え方を促す 3 つの心の習慣(Three Algebraic Thinking Habits of Mind)：操作 - 逆操作する(Doing-Undoing)、関数を表すために規則をつくる(Building Rules to Represent Functions)、計算から抽象化する(Abstracting from Computation)を数学的活動の中に求めることが必要であると指摘していた。その主張をもとに本研究においても代数的な側面に注目した。

【第2章】

本章では、数学的な見方や考え方を育成することに対してどのようなカリキュラムが展開されるべきか、また教材の扱い方や指導の仕方がどのようにあるべきかについて A.Cucco のプロセス主義のカリキュラム論や日本の昭和 30 年改訂高等学校学習指導要領を参考に検討した。

その結果、数学的な見方や考え方を育成する上では、ある領域を中心に指導することで具体化を図っていくことが、有効な手段であると示唆された。

【第3章】

本章では、M.Driscollの研究をもとに、高校の代数的内容における本研究の数学的な見方や考え方の育成のために、どのようなことに注目して指導したらよいかを検討した。

M.Driscollの Algebraic Thinking の研究をもとに、代数的内容における本研究の数学的な見方や考え方を育成するためには、次の3点に注目して指導することが必要であることを示した。生徒のアルゴリズム的な考え方に注目して、算術から代数への移行を円滑にしてあげること。生徒の数感覚や数についての理解に注目して、3つの代数的な心の習慣を強調した指導をすること。演算を独立した行為と見なすのではなく、構造全体に目を向けさせ、構造の一般化を図る指導をしていくこと。

また、算術から代数へ移行していく際に、生徒がどのような点に価値を見出しているのか、すなわち、代数的に考えることのよさをどこに見出しているのか明らかにするために行った実態調査の結果について検討した。

【第4章】

本章では、高校の代数的内容における数学的な見方や考え方の育成に関する教材開発及び指導法の提案として、M.Driscollの提唱する Guiding Question を導入した授業モデル(連続数の和を教材にした授業モデル、正方形の分割を教材にした授業モデル)を開発した。

授業モデルを開発する際に、まず代数的内容における数学的な見方や考え方にはどのような側面があるのかを検討し、その枠組みを提出した。この枠組みは主に、数に関するもの、演算に関するもの、数と演算に関するものの3つの側面から構成されることがわかった。この枠組みをもとに、どのような点に注目して教師が代数的内容における数学的な見方や考え方の指導の具体化を図ればよいかを示唆することができると思われる。

本研究で開発された授業モデルは、代数的な心の習慣(Algebraic habits of mind)を授業の中で実現していくことができる理想的、そして仮説的なモデルで

あり、筆者はこの授業モデルの実践のもとで代数的内容における数学的な見方や考え方が育成されると結論付けた。

4. 今後の課題

本研究で取り上げた教材に関しては、現段階で以下のような点の検討が不十分であると思われるので、今後その解決に努める必要がある。

- ・ 生徒が実際に Guiding Question を駆使できるようにするための教師の手立てについての検討
- ・ 授業実践による評価
- ・ 幾何領域に焦点化した研究による総合的な検討

5. 主要参考・引用文献

- Cuoco, Al.; Goldenberg, E. Paul.; Mark, June. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4), 375-402.
- Driscoll, Mark. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Educational Development Center, Inc.
- 秋月康夫 (1968). *数学的な考え*. 明治図書.
- 片桐重男 (1988). *数学的な考え方の具体化*. 明治図書.
- 中島健三 (1981). *算数・数学教育と数学的な考え方*. 金子書房.
- 文部省 (1955). *高等学校 学習指導要領 数学科編*. 好学社.
- 文部省 (1999). *高等学校 学習指導要領解説 数学編 理数編*. 実教出版.