【　専門科目　】（教科教育専攻・数学教育コース）

（平成３１年度入試の問題）

問題は全部で 5 題あります. ［教科教育］については 2 題（問 1，問 2）とも解答すること．ただし，問 2 については，a, b から 1 つを選んで解答すること. ［教科専門］については，3 題（[I]，[II]，[III]）とも解答すること．ただし，[III] については，3 つの問題（代数，幾何，解析）の中から 1 つを選択して解答すること.

受験番号	数学教育コース

専門科目 [教科教育]　　1 枚のうち 1

問 1．　学校数学では，$(-1)\times(-1)=1$ の計算のように，手続きは適用できるものの，なぜその手続きでよいのかについての理由を説明できない学習者が多い内容がある．このような内容の例を一つあげ，それに対する対応策を述べなさい．　(400 字以内)

問 2．　次の a, b の各問のうち，1 つを選び，その選択を明記したうえで論述しなさい．　(400 字以内)

a. 算数・数学で教える「よさ」とは何かについて，具体例を用いて説明しなさい．

b. 20 世紀初頭，小倉金之助は「数学教育の意義は科学的精神の開発にある」と主張した．この主張がされた時代の背景と,「科学的精神の開発」とは，どのようなものかを説明しなさい．

受験番号	数学教育コース

専門科目 [教科専門]　　2 枚のうち 1

[I]　i は $\sqrt{-1}$ を表すとする.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3-i & -2+i \\ -1+2i & 1-i \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1+i \\ 1 \\ 1-i \end{pmatrix} \right\}$$

とおく．以下の問いに答えよ.

(1) 積 AB を求めよ.

(2) 行列 C の転置行列, トレース, 逆行列を求めよ.

(3) 行列 D の行列式を求めよ.

(4) S に含まれる 3 つのベクトルが複素ベクトル空間 $\mathbb{C}^3$ において線形独立であることを示せ.

[II]　n を正の整数とする．このとき以下の問いに答えよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^n}{e^x}$ を求めよ.

(2) $\Gamma(n) = \displaystyle\int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$ に対して，$\Gamma(n+1) = n!$ を示せ.

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n!} \int_0^\infty e^{-x}(x+1)^n dx$ を求めよ.

受験番号	数学教育コース

[III]

代数.　有理数全体のなす加法群 $\mathbb{Q}$ の整数全体からなる部分群 $\mathbb{Z}$ による剰余群 $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 位数 4 の元をすべて求めよ．

(2) 位数 4 の部分群をすべて求めよ．

幾何.　以下の問いに答えよ．

(1) $\mathbb{R}$ を通常の距離 $d(x,y)=|x-y|$ をもつ 1 次元ユークリッド空間とする．$\mathbb{R}$ の無限個の開集合の共通部分は必ず開集合となるか否かを，理由をつけて答えよ．

(2) $\mathbb{R}^2$ を通常の距離をもつ 2 次元ユークリッド空間とする．$\mathbb{R}^2$ の次の部分空間 A から F の中で，コンパクトであるものをすべて選び，それらがコンパクトである理由を簡潔に述べよ．

$$A=\{(x,y)\mid 0\le x\le 1, y>0\},\qquad B=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1, x>0\},$$
$$C=\{(x,y)\mid y\ge x^2, x+y\le 1\},\qquad D=\{(x,y)\mid x^2-y^2\le 1\},$$
$$E=\{(x,y)\mid x+y=0\},\qquad F=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$$

(3) (2) の $\mathbb{R}^2$ の部分空間 A から F について，A と同相なものを B から F の中から 1 つ選び，それが A と同相である理由を簡潔に述べよ．

解析.　以下の問いに答えよ．

(1) $z=x+iy$ (x,y は実数) とおくことにより，$e^z-e^{-z}=-2$ を満たす複素数 z をすべて求め，$x+iy$ (x,y は実数) の形で表せ．

(2) 複素変数 z の級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} z^n$ は収束半径が 1 で，$|z|<1$ において

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n=\frac{1}{1-z}$$

が成り立つ．このことを用いて，$|z|<1$ において次の等式が成り立つことを示せ．

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)z^n=\frac{1}{(1-z)^2}$$

(3) 実数の定数 a,b に対して，複素関数 $f(z)$ を $f(z)=e^{a+bz}$ で定める．$f(z)$ が次を満たすとき，a と b の値を求めよ．

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=1}\frac{f(z)}{z}dz=1,\quad \frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=1}\frac{f(z)}{z^2}dz=2$$

ただし，積分路の向きは反時計回りとする．