【　専門科目　】（教科教育専攻・数学教育コース）

（令和２年度入試の問題）

数学教育コースの専門科目問題は，

- 専門科目［教科教育］２題，１枚　　（答案用紙：１題につき１枚）
- 専門科目［教科専門］３題，２枚　　（答案用紙：１題につき１枚）

から構成されている．

［教科教育］については，２題（問１，問２）とも解答すること．ただし，問２については，a，b から１つを選んで解答すること．その際，a，bどちらを選んだかを，解答欄の最初の部分に記入すること．

［教科専門］については，３題（[I]，[II]，[III]）とも解答すること．ただし，[III]については，３つの問題（代数，幾何，解析）の中から１つを選択して解答すること．その際，どの問題を選んだかを解答欄の最初の部分に記入すること．また，答案用紙の裏面を利用してよいが，その場合には表面にその旨を明記すること．

解答時間の目安は，［教科教育］が３０分程度，［教科専門］が１時間３０分程度である．

専門科目 [教科教育]

問１．　算数・数学の指導系統と数学の体系との違いを説明しなさい．　(400 字以内)

問２．　次の a, b のうち１つを選び，その選択を明示したうえで論述しなさい．　(400 字以内)

a. 類推的推論とはどのような推論か．算数または数学の問題とその考え方の具体例をあげて，説明しなさい．

b. 次の人名から１名を選択し，その数学教育上の貢献について説明しなさい．
・藤澤利喜太郎　・黒田稔　・塩野直道

専門科目 [教科専門]

[I]　i は $\sqrt{-1}$ を表すとする．

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2+i & -1-i \\ 1+3i & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} 1+i \\ 0 \\ 1-i \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2i \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(1) 積 AB を求めよ．

(2) 行列 C の転置行列，トレース，逆行列を求めよ．

(3) 行列 D の行列式を求めよ．

(4) 3 つのベクトル $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$ が複素ベクトル空間 $\mathbb{C}^3$ において線形従属であることを示せ．

[II]　以下の問いに答えよ．

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta \, d\theta$ を求めよ．

(2) 正の整数 n に対し，$I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n\theta \, d\theta$ とおく．$n \geq 3$ のとき，$I_n = \dfrac{n-1}{n} I_{n-2}$ を示せ．

(3) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq x\}$ とする．$\displaystyle\iint_D x^2 \, dxdy$ を求めよ．

専門科目 [教科専門]

[III]

代数. G を有限群，$\mathbb{C}^\times$ を 0 でない複素数全体からなる乗法群とする．群準同型 $\psi : G \longrightarrow \mathbb{C}^\times$ について，以下の問いに答えよ．

(1) G の単位元を e とするとき，$\psi(e)$ を求めよ．

(2) G の任意の元 g に対して，複素数 $\psi(g)$ の絶対値は 1 であることを示せ．

(3) $\psi(h) \neq 1$ となる G の元 h が存在するとき，$\displaystyle\sum_{g \in G} \psi(g)$ を求めよ．

幾何. $\mathbb{R}^2$ の 2 点 $p_1 = (x_1, y_1)$, $p_2 = (x_2, y_2)$ に対して，

$$d(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

によって距離 $d(p_1, p_2)$ を定める．また

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 1,\, 0 < y < 1\},$$
$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

とおく．

(1) A, B が $\mathbb{R}^2$ の開集合になることを示せ．

(2) B の閉包を求めよ．

解析. 以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(z)$ は複素平面全体において正則で，すべての複素数 z について $\mathrm{Re} f(z) = \mathrm{Re} z$ が成り立ち，$f(0) = 0$ であるとする．このとき, すべての複素数 z について $f(z) = z$ であることを，コーシー・リーマンの関係式を使って示せ．

(2) n を正の整数とする．複素積分

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z| = \frac{1}{2}} \frac{dz}{z^n (1 - z)}$$

の値を求めよ．ただし， 積分路の向きは反時計回りとする．